Handbuch

der

rechnenden Astronomie

von

Christian Friedrich Rüdiger

Professor und astronomischer Observator zu Leipzig, der ökonomischen Societät daselbst Ehrenmitglied, auch der Königl. Grossbritannischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Correspondent

Dritter Band

mit einem Kupfer

Leipzig

in Joachims Buchhandlung

1802

PRAKTISCHE ANWEISUNG

ZUR

BERECHNUNG

DER MIT

HADLEYISCHEN

SPIEGEL-SEXTANTEN

ANGESTELLTEN

BEOBACHTUNGEN AM HIMMEL

VON

CHRISTIAN FRIEDRICH RÜDIGER

PROFESSOR UND ASTRONOM. OBSERVATOR ZU LEIPZIG, DER ÖKONOMISCH. SOCIETÄT DASELBST EHRENMITGLIED, AUCH DER KÖN. GROSBRITANNISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN CORRESPONDENT

MIT EINEM KUPFER

LEIPZIG

IN JOACHIMS BUCHHANDLUNG

1802

Innhalt.

Zeitbeſtimmungen.

Breitenbestimmungen.

Längenbeſtimmungen.

Hülfstafeln

zu den vorhergehenden Rechnungen.

I.

Zeitbestimmungen.

Berechnung
der
Beobachtungen der Sonnenhöhen
um
die Zeit der Uhr
zu finden.

Aus einer wahren Sonnenhöhe, der Abweichung der Sonne zu dieſer Zeit, und der Polhöhe des Orts, die wahre Zeit zu finden.

Zuſatz zu Handb. Bd. 2. S. 134 u. 150.

Nach der daſelbſt gegebenen Formel läſst ſich der Stundenwinkel auch auf folgende Art finden:

Man ſchreibe unter einander, Höhe, Breite und Polarabſtand, hierunter ihre Summe, und halbe Summe, ferner den Unterſchied zwiſchen der halben Summe und der Sonnenhöhe; darneben die arithmetiſchen Complemente des log. Coſin. der Breite, und des log. Sin. der Polardiſtanz, ferner den log. Coſin. der halben Summe, und den log. Sin. der halben Summe weniger der wahren Sonnenhöhe.

Dieſe vier Logarithmen addire man zuſammen, und halbire die gefundene Summe, ſo wird dieſe Hälfte der log. Sin. des halben Stundenwinkels ſeyn.

Endlich ſehe man die Grade dieſes halben Stundenwinkels als Zeitminuten, die Minuten deſſelben als Zeitſekunden, die Sekunden als Tertien an, und multiplizire ſie mit 8; ſo kommt der Stundenwinkel in Zeit heraus, worauf ſich nun leicht die Voreilung oder Verſpätigung der Uhr ergeben wird.

Beyſpiel.

Aus Handbuch, Band 2, Seite 151.

Wahre Höhe η . . .	33° 0′ 0″ Nachmittage.		
Breite ε . . .	52. 0. 0.	Compl. Coſin.	0,2106580
Polardiſtanz 90° — δ .	67. 55. 0.	Compl. Sin.	0,0330899
Summe	152 55. 0.		
Halbe Summe . .	76. 27. 30.	Coſin.	9,3694987
Halbe Summe — η .	43. 27. 30.	Sin.	9,8608617
		Summe	19,4741083
		Halbe Summe . .	9,7370541

Dieſe iſt der log. Sin. des halben Stundenwinkels 33° 4′ 52″
dieſer multiplizirt mit 8

	Produkt . .	0 St.	264′ 32″	416‴
	oder . .	4.	24. 38	56.
Alſo:	Wahre Zeit . .	4.	24. 38,9.	
	Uhrzeit . . .	4.	20. 28,0.	
	Verſpätig. der Uhr . .		4 10,9.	

Aus an verschiedenen Tagen genommenen Sonnenhöhen den Gang der Uhr in Vergleichung mit der mittlern Zeit zu bestimmen.

Für die Höhe des ersten Tages berechnet man nach der Seite 3 vorgetragenen Methode die wahre Zeit der Beobachtung, reduzirt diese wahre Zeit, vermittelst des Meridianunterschiedes, auf die Zeit derjenigen astronomischen Ephemeriden, deren man sich bedient, z. B. beym Gebrauch der Connaissance des Tems, auf die wahre Zeit von Paris. Aus eben diesen sucht man die mittlere Zeit im wahren Mittage für diese gefundene wahre Zeit zu Paris, und addirt erstere zur letztern. Die Summe, von welcher man, wenn sie über 12 Stunden beträgt, 12 Stunden abzieht, giebt mittlere Zeit für Paris, diese mit der Zeit der Uhr verglichen, giebt die Voreilung oder Verspätigung der Uhr in Vergleich mit der mittlern Zeit zu Paris.

Mit der Höhe eines folgenden Tages verfährt man eben so, und findet daraus ebenfalls die Voreilung oder Verspätigung der Uhr in Vergleich mit der mittlern Zeit zu Paris.

Beyde Voreilungen oder Verspätigungen mit einander verglichen, geben den Gang der Uhr in der Zwischenzeit, woraus sich ihr Gang für 24 Stunden finden lässt.

Beyspiel.

Unter einer Nördlichen Polhöhe von 28° 28′, und 18° 36′ d. i. 1 St. 14′ 24″ Länge westlich von Paris, ward am 24sten May 1799 *Vormittage* eine wahre Höhe des Mittelpunkts der Sonne gefunden = 31° 4′ 20″ als die Uhr zeigte 10 St. 35′ 17″.

Den darauf folgenden 31ſten May ward wiederum an eben dieſem Orte des *Vormittags* eine wahre Sonnenhöhe gemeſſen = 65° 30′ 0″, da die Uhr auf 1 St. 8′ 1″ Nachmittage wies.

Man verlangt hieraus den Gang der Uhr mit mittlerer Zeit verglichen.

Berechnung der erſten Beobachtung.

Aus der Connaiſſance des Tems auf 1799 = VII an. nimmt man fürs erſte die Abweichung der Sonne oder ihren Polarabſtand für den Mittag des 24ſten May, und berechnet mit dieſem, der Polhöhe und der Höhe der Sonne, nach Seite 3 eine genäherte wahre Zeit; alsdann ſucht man für dieſe genäherte Zeit den Polarabſtand der Sonne aus der 24ſtündlichen Veränderung ihrer Abweichung, und wiederholt mit dieſem verbeſſerten Polarabſtande, der Polhöhe und Höhe der Sonne die vorige Rechnung nach Seite 3; ſo ergiebt ſich die wahre Zeit genau, welche bey der Rechnung zum Grunde zu legen iſt.

Es iſt alſo: $\varepsilon = 28° 28' 0''$
$\eta = 31.\ 4.\ 20.$

und aus der Connaiſſ. d. Tems ergiebt ſich die Abweichung der Sonne den 24ſten May Mittags, oder

$\delta = 20.\ 49.\ 26.$ Nördlich. Dies giebt den Polarabſtand der Sonne, d. i.

$90° - \delta = 69.\ 10.\ 34.$

Rechnung für die genäherte wahre Zeit.

η	31° 4′ 20″ Vormittage.		
ε	28. 28. 0.	Compl. Cosin.	0,0546040
$90° - \delta$	69. 10. 34.	Compl. Sin.	0,0293382
Summe	128. 42. 54.		
Halbe Summe	64. 21. 27.	Cosin.	9,6362417
Halbe Summe $- \eta$	33. 17. 7.	Sin.	9,7394205
		Summe	19,4596044
		Halbe Summe	9,7298022
		log. Sin.	32° 27′ 55″
		multiplizirt mit	8
			0St. 256′ 216″ 440‴
		oder	4. 19. 43. 20. der Stundenwink. Vormitt.
		subtrahirt von	12. 0. 0. 0.
			7. 40. 16. 40.

Also: Genäherte wahre Zeit 7. 40. 17.

Rechnung um die wahre Zeit genau zu finden.

Genäherte wahre Zeit 7 St. 40′ 17″
Hiezu addirt den Längenunterschied in Zeit zwischen dem Beobachtungsorte und Paris . 1. 14. 24.

Genäherte wahre Zeit zu Paris . . . 8. 54. 41. = 8,9 St. Vormitt. d. 24. May
+ 12.
= 20,9. astron. Z. d. 23. May

Nun giebt die Connaiss. d. Tems:

Abweichung der Sonne, Mittags
den 23. May . . 20° 38′ 12″ Nördl.
- 24. - . . . 20. 49. 26. —

Veränderung in 24 St. 11. 14.
= 674.

Demnach 24 St.: 674″ = 20,9 St.: x

Log. 674 = 2,8286599
log. 20,9 = 1,3201463
Compl. log. 24 = 8,6197888

log. x = 2,7685950
x = 586, 9″
= 9′ 47″
addirt zu . . 20° 38. 12. Nördl.

δ = 20. 47. 59. —
90° — δ = 69. 12. 1.

Polarabstand der Sonne für die genäherte Zeit zu Paris 8 St. 54′ 41″ d. i. für die genäherte wahre Zeit des Orts der Beobachtung 7 St. 40′ 17″.

Vermittelſt dieſes verbeſſerten Polarabſtandes ergiebt ſich nun die wahre Zeit *genau*, wie folget:

η	31° 4′ 20″ Vormittage.			
ε	28. 28. 0.	. . . . .	Compl. Coſin.	0,0546040
90° — δ	69. 12. 1.	. . . .	Compl. Sin.	0,0292686
Summe . . .	128. 44. 21.			
Halbe Summe .	64. 22. 10.	. . . .	Coſin.	9,6360530
Halbe Summe — η	33. 17. 50.	. . . .	Sin.	9,7395583
			Summe	19,4594839
			Halbe Summe . .	9,7297419
			log. Sin. . . .	32° 27′ 36,5″
			multipl. mit	8
				0^St. 256′ 216″ 292,0‴
			oder . .	4. 19. 40. 52.
			ſubtrah. von	12. 0. 0. 0.

Alſo: Wahre Zeit, genau 7. 40. 19.

Rechnung um die Voreilung oder Verſpätigung der Uhr zu finden.

Es ergiebt ſich alſo die

Wahre Zeit der beobachteten Sonnenhöhe, genau $7^{St.}\ 40'\ 19''$

Hiezu addirt den Längenunterſchied in Zeit zwiſchen dem Beobachtungsorte und Paris . . 1. 14. 24.

Wahre Zeit zu Paris . . . . 8. 54. 43. = $8{,}9^{St.}$ Vormitt. d. 24. May.
oder 20,9. aſtr. Zeit d. 23. —

Die Connaiſſ. d. Tems giebt:

Mittlere Zeit im wahren Mittage

für den 23. May 1799 . . $11^{St.}\ 56'\ 21{,}0''$

— — 24. — — . . . 11. 56. 26,1.

Unterſchied in $24^{St.}$ . . . . . 5,1.

Demnach $24^{St.} : 5{,}1'' = 20{,}9^{St.} : y$

Log. 5,1 = 0,7075702
log. 20,9 = 1,3201463
Compl. log. 24 = 8,6197888

log. y = 0,6475053
y = 4,44″
addirt zu $11^{St.}\ 56'\ 21{,}00.$

umme 11. 56. 25,4.

Folglich iſt den 24. May um 8 Uhr 54′ 43″ früh, die			
Mittlere Zeit im wahren Mittage	11 St.	56′	25,4″
Letztere zur eben gefundenen wahren Zeit zu Paris . .	8.	54.	43,0.
addirt, und 12 Stunden von der Summe abgerechnet, kommt:			
Mittlere Zeit zu Paris . .	8.	51.	8,4.
Nun zeigte aber die Uhr . . .	10.	35.	17,0.
Folglich eilte ſelbige der mittlern Zeit vor, um	1.	44.	8,6.

Berechnung der zweyten Beobachtung.

ε . . .	28° 28′ 0″	. . . .	Compl. Cosin.	0,0546040
η . . .	65. 30. 0. Vormittage.			
δ . . .	21. 57. 52. Nö.	Mittags d. 31. May		
$90° - \delta$ . . .	68. 2. 8.	. .	Compl. Sin.	0,0327253
Summe . .	162. 0. 8.			
Hälfte . . .	81. 0. 4.	. . . .	Cosin.	9,1942793
Hälfte — η	15. 30. 4.	. . . .	Sin.	9,4269292
			Summe	18,7085378
			Hälfte . .	9,3542689
			log. Sin. . .	13° 4′ 0″
				× 8

Produkt . .	0 St.	104′ 32″ 0‴
oder . . .	1.	44. 32.
subtr. von	12.	0. 0.
Genäherte wahre Zeit . . .	10.	15. 28.
Hiezu addirt	1.	14. 24.
Genäherte wahre Zeit zu Paris	11.	29. 52. = 11,5 St. Vormitt. d. 31. May.
		= 23,5. astr. Zeit d. 30. May.

Abweich. der Sonne
Mittags d. 30. May 21° 49′ 13″ Nö.
d. 31. — 21. 57. 52. —

Veränder. in 24 St. 8. 39.
= 519.

Demnach 24 St. : 519″ = 23,5 St. : x
Log. 519 = 2,7151674
log. 23,5 = 1,3710679
Compl. log. 24 = 8,6197888

log. x = 2,7060241
x = 508″
= 8′ 28″
addirt zu . . . 21° 49. 13. Nö.

δ . . . . 21. 57. 41. —

90° — δ . . 68° 2′ 19″ . . Compl. Sin. 0,0327160
ε . . 28. 28. 0. . . . . Compl. Coſin. 0,0546040
η . . 65. 30. 0. Vormitt.

Summe . 162. 0. 19.
Hälfte . . 81. 0. 10. . . . . . . Coſin. 9,1941995
Hälfte — η 15. 30. 10. . . . . . . Sin. 9,4269747

Summe 18,7084942
Hälfte 9,3542471
log. Sin. 13° 3′ 57″
× 8

Produkt 0 St. 104′ 24″ 456‴
Oder: Vormittäg. Stundenwinkel 1. 44. 31. 36.
ſubtrah. von 12. 0. 0. 0.

Wahre Zeit der beobachteten Sonnenhöhe, genau 10. 15. 28,4.
Hiezu addirt den Mittagsunterſchied von Paris . . 1. 14. 24,0.

Wahre Zeit zu Paris . . . 11. 29. 52,4.
= 11,5. Vormitt. d. 31. May.
= 23,5. aſtr. Zeit d. 30. —

Mittlere Zeit im wahren Mittage den 30. May	11 St.	57′	6,4″
— 31. —	11.	57.	14,8.
Unterſchied			8,4.

Demnach $24^{St.} : 8{,}4'' = 23{,}5^{St.} : y$

Log. 8,4 = 0,924 2793
log. 23,5 = 1,371 0679
Compl. log. 24 = 8 619 7888

log. y = 0,915 1360

y = 8,2″

addirt zu	11 St.	57′	6,4.
Mittlere Zeit im wahren Mittage	11.	57.	14,6.
Wahre Zeit zu Paris	11.	29	52,4.
Mittlere Zeit zu Paris	11.	27.	7,0.
Uhrzeit	13.	8.	1,0.
Voreilung der Uhr vor der mittlern Zeit, bey der zweyten Beobachtung	1.	40.	54,0.
Eben dieſe Voreilung bey der erſten Beobachtung	1.	44.	8,6.
Unterſchied	0.	3.	14,6.

Dieſer zeigt an, um wie viel in der Zwiſchenzeit der beyden Beobachtungen, nemlich vom 24. May um 8 Uhr 54′ 43″ früh bis zum 31. May 11 Uhr 29′ 52″ Vormittage, d. i. in 170 St. 35′ 9″ der Gang der Uhr *verzögernd* in Vergleichung mit der mittlern Zeit geweſen iſt. Hieraus findet ſich endlich die Verzögerung der Uhr in 24 Stunden = 27,4″. Man ſetzt nemlich

$170^{St.}\ 35'\ 9'' : 3'\ 14{,}6'' = 24^{St.} : z$
oder $170{,}59 : 194{,}6'' = 24. : z$

Log. 194,6 = 2,2891428
log. 24 = 1,3802112
Compl. log. 170,59 = 7,7680464

log. z = 1,4374004
z = 27,378″

Anmerkung 1.

Zur Höhenmeſſung und der hieraus ſich ergebenden Zeitbeſtimmung ſind nicht alle Umſtände gleich günſtig. Vorzugsweiſe iſt derjenige Stand zu wählen, wenn die Sonne, oder überhaupt das Geſtirn, im erſten Vertikalkreiſe ſich befindet, weil dies diejenige Zeit iſt, wo die Sterne am ſchnellſten ſteigen, auch überdies der Fehler in der Breite des Beobachtungsorts dann einen ungleich kleinern in dem Stundenwinkel hervorbringt. Es kann aber wegen der Lage des Sterns gegen den Beobachter auch geſchehen, daſs der Stern gar nicht in den erſten Vertikalkreis kommt; in dieſem Falle iſt nun diejenige Zeit zu wählen, da er dem erſten Vertikalkreiſe am nächſten ſteht, weil ſeine aufſteigende Bewegung dann immer noch am gröſsten iſt, und der Breitenfehler auf den Stundenwinkel auch noch auf das geringſte wirkt.

Hieraus folgt nun, daſs man ſo lange warten müſſe, bis der Stern im Oſt- oder Weſtpunkte, oder dieſen zwey Punkten ſo nahe als möglich beobachtet werden könne. Gelangt der Stern in dieſe Punkte unter dem Horizont, ſo wird die ſchicklichſte Zeit zu den Beobachtungen die Zeit des Auf- oder Untergangs des Sterns ſeyn; da aber die Strahlenbrechungen nahe am Horizonte bisweilen beträchtlichen zufälligen Aenderungen unterworfen ſind, ſo muſs man Höhen, die kleiner als 3 oder 4 Grad ſind, zu vermeiden ſuchen, und auch dann, wenn man gröſsere Höhen nimmt, muſs man in den Rechnungen auf den jedesmaligen Stand des Barometers und Thermometers Rückſicht nehmen, wenn man die beobachteten Höhen durch die Refraktion verbeſſern will.

Es läſst ſich auch durch Rechnung die zu den Beobachtungen ſchicklichſte Lage des Sterns beſtim-

men; und da ergiebt ſich, daſs es diejenige iſt, wenn der Coſin. der Polardiſtanz durch den Sin. der Breite dividirt, *entweder* dem Sin. *oder* der Coſec. der Höhe gleich iſt. In dem erſten Falle befindet ſich der Stern im erſten Vertikalkreiſe, und im zweyten iſt ſelbiger dem erſten Vertikal ſo nahe als möglich. Hiernach iſt Tafel I. berechnet worden; vermittelſt welcher man aus der Polardiſtanz und einer Nördlichen Breite von 30 bis 60° die zur Beobachtung vortheilhafteſte Höhe findet, wenn man die beſte Zeitbeſtimmung haben will.

Anmerkung 2.

Hat man zwey Durchgänge einer Uhr durch den Mittagskreis, ſo kann man dieſe Uhr mit mittlerer Zeit auch ſo vergleichen:

Beyſpiel 1.

Die Uhr zeigte, als die Sonne den 27. März 1792 zu Altburg culminirte 23 St. 56′ 14,07″
und als ſie 12 Stunden nachher unter dem Horizonte durch den Mittagskreis gieng 11. 56. 0,21

Demzufolge ſetzt man:

Zeit der Uhr	St. ′ ″	Mittlere Zeit im wahren Mittage St. ′ ″	Erſte Unterſchiede ′ ″	Um wie viel die Uhr für mittlere Zeit zu ſpät gieng.	Zweyte Unterſchiede ′ ″
Mittags den 27. März	23. 56. 14,07. . .	0. 5. 15,10. . .	9. 1,03.		. . . 0. 4,56.
		um Mitternacht			
Um Mittern. d. 27. März	11. 56. 0,21. . .	0. 5. 5,80. . .	9. 5,59.		

Dies will ſo viel ſagen: die Uhr ſollte um Mitternacht 4,56″ mehr, und alſo 11 St. 56′ 4,77″ ſtatt 11 St. 56′ 0,21″ gezeigt haben, wenn ihr Gang mit der mittlern Zeit gleichförmig geweſen wäre; hieraus läſst ſich nun der Gang der Uhr ſchlieſsen, ſie bleibt nemlich gegen mittlere Zeit in 12 Stunden um 4,56″ zurück.

Beyſpiel 2.

Zu Leipzig war im Jahr 1801	Uhrzeit im wahren Mittage St. ′ ″	Mittlere Zeit im wahren Mittage St. ′ ″	Erſte Unterſchiede ′ ″	Um wie viel die Uhr für mittlere Zeit zu ſpät gieng.	Zweyte Unterſchiede ′ ″
den 21. May	11. 33. 27.	11. 56. 11.	22. 44.		
— 22. —	11. 33. 7.	11. 56. 15.	23. 8.		0. 24.

Der Gang der Uhr war alſo: ſie blieb gegen mittlere Zeit in 24 Stunden um 24″ zurück.

Die wahre oder auch die mittlere Zeit einer Beobachtung zu finden, welche zwischen zwey beobachtete Mittage fällt.

Beyspiel 1.

Eine gewisse Himmelsbegebenheit, z. B. der Eintritt des Aldebarans am dunkeln Mondrande, ereignete sich in Zeit der Uhr 1792 den 27. März um 9 Uhr 16′ 34,7″ Abends; was wird die wahre und die mittlere Zeit dieser Beobachtung seyn? wenn man am 27. und 28. März durch übereinstimmende Sonnenhöhen die Zeit der Uhr im wahren Mittage des 27. März, und an der darauf folgenden Mitternacht ausfindig gemacht hat.

Auflösung I.

Man sucht die wahre Zeit der Beobachtung = Z.

Zeit der Uhr	Wahrer Mittag	Verspätigung der Uhr	Proportion $U : W = T : Z$
Mittags den St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	Log. W = 4,6354837
27. März .... 23. 56. 14,07....	0. 0. 0...	0. 3. 45,93.	log. T = 4,5266058
		Eintritt des Aldebaran den 27. März in Zeit der Uhr	Summe = 9,1620895
um Mitternacht	Wahre Mitternacht		log. U = 4,6353444
d. 27. März ... 11. 56. 0,21.....	0. 0. 0.	9. 16. 34,70.	log. Z = 4,5267451
			Z = 33631,4″
Unterschied	Zwischenzeit	Summe 9. 20. 20,63	= $9^{St.}$ 20′ 31,4″
beyd. Zeiten ... 11. 59. 46,14.	12. 0. 0.	$9^{St.}$ = 32400″	die gesuchte wahre
in W, d. i. hier $11^{St.}$ = 39600″	$12^{St.}$ = 43200″	20′ = 1200.	Zeit der Beobach-
in 12 Stunden. 59′ = 3540.	= W	20,63″ = 20,63.	tung des Eintritts
46,14″ = 46,14.		T = 33620,63.	α ♉.
U = 43186,14.			

Auflöfung II.

Man fucht die mittlere Zeit der Beobachtung = Z.

Die mittlere Zeit der Beobachtung wird auf diefelbe Art gefunden. Man fetzt nemlich nunmehro die Rechnung fo an:

Zeit der Uhr Mittags d. 27. März . .	 St. ′ ″ 23. 56. 14,07 . . .	Mittlere Zeit im wahren Mittage St. ′ ″ 0. 5. 15,10.	Verfpätigung der Uhr St. ′ ″ 0. 9. 1,03.	Proportion U : W = T : Z Log. W = 4,6353903 log. T = 4,5306569
Um Mitternacht d. 27. März . .	 11. 56. 0,21 . . .	Mittlere Zeit um Mitternacht 0. 5. 5,80.	Eintritt des Aldebaran den 27. März in Zeit der Uhr 9. 16. 34,70.	Summe = 9,1660472 log. U = 4,6353444 log. Z = 4,5307028 Z = 33939,3″ = 9St. 25′ 39,3″
Zwifchenz.	11. 59. 46,14 . . . 11St. = 39600. 59′ = 3540. 46,14″ = 46,14.	11. 59. 50,70. 11St. = 39600. 59′ = 3540. 50,70″ = 50,70.	9. 25. 35,73. 9St. = 32400. 25′ = 1500. 35,73″ = 35,73.	die gefuchte mittlere Zeit der Beobachtung des Eintritts des Aldebaran.
	U = 43186,14.	W = 43190,70.	T = 33935,73.	

Beyſpiel 2.

Die Culmination des Mars ereignete ſich 1777 den 4. März in Zeit der Uhr um 2 U. 27′ 32″ Morgens, d. i. den 3. März 14 St. 27′ 32″ aſtronomiſch gezählet; man verlangt die wahre und die mittlere Zeit dieſer Beobachtung zu wiſſen, nachdem am 3. und 4. März durch übereinſtimmende Sonnenhöhen die Zeit der Uhr im Augenblick des wahren Mittags gefunden worden.

Auflösung I.

Um die wahre Zeit dieser Beobachtung zu bestimmen.

	Zeit der Uhr Mittags St. ′ ″	Wahrer Mittag St. ′ ″	Voreilung der Uhr St. ′ ″	Proportion U : W = T : Z
den 3. März	0. 17. 49.	0. 0. 0.	0. 17. 49.	Log. W = 4,9365137
— 4. —	0. 17. 42,5 ...	0. 0. 0.	Zeit der Beobachtung	log. T = 4,7074254
				Summe = 9,6439391
				log. U = 4,9364812
			14. 27. 32.	log. Z = 4,7074579
				Z = 50986,8″
			Unterschied	= $14^{St.}$ 9′ 46,8″
Unterschied beyder Zeiten in W d. i. hier in 24 Stunden	23. 59. 53,5 ...	24. 0. 0.	14. 9. 43	den 3. März oder
	$23^{St.}$ = 82800.	= 86400.	$14^{St.}$ = 50400.	$2^{U.}$ 9. 46,8 früh d.
	59′ = 3540.	= W	9′ = 540.	4. März wahre Zeit
	53,5″ = 53,5.		43″ = 43.	der Culmination des
	U = 86393,5.		T = 50983.	Mars.

Auflösung II.

Um die mittlere Zeit dieser Beobachtung zu bestimmen.

	Zeit der Uhr Mittags			Mittlere Zeit im wahren Mittage			Voreilung der Uhr			Proportion
	St.	′	″	St.	′	″	St.	′	″	U : W = T : Z
d. 3. März . .	0.	17.	49. . . .	0.	12.	8,8.	0.	5.	40,2.	Log. W = 4,9364454
-- 4. — . . .	0.	17.	42,5. .	0.	11.	55,2.	Zeit der Beobachtung			log. T = 4,7135896
Zwischenz. . .	23.	59.	53,5. .	23.	59.	46,4	14.	27.	32,0.	Summe = 9,6500350
	23 St. = 82800,0.			23 St. = 82800,0.			Unterschied			log. U = 4,9364812
	59′ = 3540,0.			59′ = 3540,0.			14.	21.	51,8.	log. Z = 4,7135538
	53,5″ = 53,5.			46,4″ = 46,4.			14 St. = 50400,0.			Z = 51707,5″
	U = 86393,5.			W = 86386,4.			21′ = 1260,0.			= 14 St. 21′ 47,5″
							51,8″ = 51,8			Mittlere Zeit der Culmination des Mars.
							T = 51711,8.			

Anmerkung 1.

Aus der Proportion $U : W = T : Z$ ergiebt sich 1) $W > U$ angenommen:

$$W - U : U = Z - T : T$$

folglich $$Z - T = \frac{W - U}{U} . T$$

und hieraus $$Z = T + \frac{W - U}{U} . T$$

2) $W < U$ angenommen:

$$U - W : U = T - Z : T$$

$$T - Z = \frac{U - W}{U} . T$$

$$Z = T - \frac{U - W}{U} . T$$

Dies giebt nun folgende zwey neue Regeln, die wahre oder mittlere Zeit Z einer Beobachtung, die zwischen zwey Mittage fällt, zu finden:

I.) Wenn $W > U$ gefunden wird, so ist

$$Z = T + \frac{W - U}{U} . T$$

II.) Wenn aber $W < U$ gefunden wird, so ist

$$Z = T - \frac{U - W}{U} . T$$

Beyspiel 1.

Gesetzt, man habe aus correspondirenden Sonnenhöhen gefunden, daſs eine Uhr den 1. Januar zu Mittage $0^{St.}\ 3'\ 57''$ und am folgenden Tage oder den 2. Januar ebenfalls zu Mittage $0^{St.}\ 4'\ 45''$ zeige. Nun sey eine Erscheinung am Himmel, den 1. Januar des Abends, z. B. der Anfang einer Finsterniſs, da die Uhr $9^{St.}\ 30'\ 57''$ wies, beobachtet worden; man verlangt die *wahre* Zeit zu wissen, welche mit dieser Zeit der Uhr zusammengehört.

Rechnung.

Zeit der Uhr Mittags

	St.	′	″
d. 1. Jan.	0.	3.	57.
-- 2. —	0.	4.	45.
	24.	0.	48.

$24^{St.} = 86400.$

$48'' = 48.$

$U = 86448.$

$W = 86400.$

$U - W = 48.$

Wahrer Mittag

St.	′	″
0.	0.	0.
0.	0.	0.
24.	0.	0.

$24^{St.} = 86400.$

$= W$

$< U$

Voreilung der Uhr

St.	′	″
0.	3.	57.

Zeit der Beobachtung

St.	′	″
9.	30.	57.
9.	27.	0.

$9^{St.} = 32400.$

$27' = 1620.$

$T = 34020.$

Gleichung

$$Z = T - \frac{U - W}{U} . T$$

$\text{Log.} (U - W) = 1{,}6812412$

$\log. T = 4{,}5317343$

$\text{Summe} = 6{,}2129755$

$\log. U = 4{,}9367550$

$\log. \frac{U - W}{U} . T = 1{,}2762205$

$\frac{U - W}{U} . T = 18{,}8895''$

$T = 9^{St.} 27' 0{,}0000.$

$Z = 9. 26. 41{,}1105.$ die gesuchte wahre Zeit.

Beyſpiel 2.

Berechnung der 2 Käſtneriſchen Beyſpiele, Aſtronomie 4te Ausgabe, §. 367. S. 364 u. S. 370. XIII.

Rechnung 1.

	Zeit der Uhr Mittags.			Wahrer Mittag.			Verſpätigung der Uhr		
	St.	′	″	St.	′	″	St.	′	″
den	10.	57.	32,5.	0.	0.	0.	1.	2.	27,5.
—	11.	1.	5.	0.	0.	0.			
Zwiſchenz.	24.	3.	32,5.	24.	0.	0			

$24^{St.} = 86400,0.$
$3' = 180,0.$
$32,5'' = 32,5.$
$U = 86612,5.$
$W = 86400,0.$
$U - W = 212,5.$

$24^{St.} = 86400.$
$= W$
$< U.$

Zeit der Beobachtung.

St.	′	″
20.	55.	15,0.
21.	57.	42,5.

$21^{St.} = 75600,0$
$57' = 3420,0.$
$42,5'' = 42,5.$
$T = 79062,5.$

Gleichung.

$$Z = T - \frac{U - W}{U} . T$$

$\text{Log.} (U - W) = 2,3273589$
$\log. T = 4,8979706$
$\text{Summe} = 7,2253295$
$\log. U = 4,9375806$

$$\log. \frac{U - W}{U} . T = 2,2877489$$

$$\frac{U - W}{U} . T = 193,976''$$

$= 0^{St.}\ 3'\ 13,976''$
$T = 21.\ 57.\ 42,500.$
$Z = 21.\ 54\ \ 28,524.$

Die geſuchte wahre Sonnenzeit der Beobachtung, wie a. a. O.

Rechnung 2.

	Zeit der Uhr Mittags.	Wahrer Mittag.	Verſpätigung der Uhr.	Gleichung.
	St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	$Z = T - \frac{U - W}{U} . T$
den 2. Jan.	23. 56. 32.	0. 0. 0.	0. 3. 28.	Log. (U — W) = 1,2552725
— 3. —	23. 56. 50	0. 0. 0.	Zeit der Beobachtung.	log. T = 4,6105644
Zwiſchenzeit. . .	24. 0. 18.	24 0. 0.		Summe = 5,8658369
	$24^{St.}$ = 86400.	$24^{St.}$ = 86400.	11. 16. 23.	log. U = 4,9366042
	18″ = 18.	= W	11. 19. 51.	
	U = 86418.	< U	$11^{St.}$ = 39600.	log. $\frac{U - W}{U} . T$ = 0,9292327
	W = 86400.		19′ = 1140.	
	U — W = 18.		51″ = 51.	$\frac{U - W}{U} . T$ = 8,49635″
			T = 40791.	T = $11^{St.}$ 19′ 51,00000.
				Z = 11. 19. 42,50365.

Die geſuchte wahre Zeit der Beobachtung, wie a. a. O. S. 371.

Anmerkung 2.

Bey gegenwärtigen Rechnungen, Stunden und Minuten, ohne erſt die Multiplicationen mit 60 vorzunehmen, in Sekunden, und umgekehrt, auszudrücken, dienen Tafel II. und III. jene drückt Stunden in Minuten oder Sekunden, und dieſe Minuten in Sekunden aus.

Anmerkung 3.

Es mag W > oder < U ſeyn, ſo iſt allemahl $T = \frac{U \cdot Z}{W}$. Dieſe Gleichung dient nun

Die Zeit der Uhr zu finden, wenn zwey Mittage nebſt der vorherberechneten wahren oder mittlern Zeit der Erſcheinung einer Himmelsbegebenheit, die zwiſchen dieſe beyden Mittage fällt, (z. E. die wahre oder mittlere Zeit der Culmination eines Sterns) *gegeben ſind.*

Beyſpiel 1.

Es iſt gegeben die mittlere Zeit der Culmination des Polarſterns über dem Pol, Abends den 24. December 1791 um 6 Uhr 37 Minuten 46 Sekunden; man verlangt die Zeit der Uhr in dem Augenblick dieſes Durchgangs zu wiſſen.

Rechnung.

1791.	Zeit der Uhr Mittags.			Mittlere Zeit im wahren Mittage.			Voreilung der Uhr.	Gleichung.
	St.	′	″	St.	′	″	St. ′ ″	$T = \frac{U \cdot Z}{W}$
den 24. Dec. . . .	0.	3.	2.	0.	0.	5,6.	0. 2. 56,4.	$Z = 6^{St.}\ 37'\ 46''$ mittl. Zeit.
— 25. —	0.	3	49.	0.	0.	35,7.	Zeit d. Beobachtung od. der Uhr.	$6^{St.} = 21600''$
Zwifchenzeit. . .	24.	0.	47.	24	0.	30,1.		$37' = 2220.$
	$24^{St.} = 86400.$			$24^{St.} = 86400,0$			$X = \ldots\ldots$	$46'' = 46.$
	$47'' = 47.$			$30,1'' = 30,1.$			$T = \ldots\ldots$	$Z = 23866.$
	$U = 86447.$			$W = 86430,1.$				

Log. U = 4,9367499
log. Z = 4,3777796

Summe = 9,3145295
log. W = 4,9366650

log. T = 4,3778645
T = 23870,7″
= $6^{St.}\ 37'\ 50,7.$
Voreilung der Uhr = 0. 2. 56,4.

X = 6. 40. 47,1.
die gefuchte Zeit der Uhr.

Beyspiel 2.

Man sucht die Zeit der Uhr für die Culmination des Polarsterns unter dem Pol, den 25. December Morgens 6 U. 35′ 48″ oder astron. gezählet den 24. Dec. 18 St. 35′ 48″ mittl. Zeit.

Rechnung.

	Zeit der Uhr Mittags.			Mittlere Zeit im wahren Mittage.			Voreilung der Uhr.
1791.	St.	′	″	St.	′	″	St. ′ ″
den 24. Dec.	0.	3.	2. ..	0.	0.	5,6. .	0. 2. 56,4.
— 25. —	0.	3.	49. ..	0.	0.	35,7.	Zeit der Uhr.
Zwischenzeit. .	24.	0.	47.	24.	0.	30,1.	X = ...
	24 St. = 86400.			24 St. = 86400,0.			T = ...
	47″ = 47.			30,1″ = 30,1.			
	U = 86447.			W = 86430,1.			

Gleichung.

$$T = \frac{U \cdot Z}{W}$$

Z = 18 St. 35′ 48″

18 St. = 64800.

35′ = 2100.

48″ = 48.

Z = 66948.

Log. U = 4,9367499

log. Z = 4,8257376

Summe = 9,7624875

log. W = 4,9366650

log. T = 4,8258225

T = 66961,1″

= 18 St. 36′ 1,1.

Voreilung der Uhr = 0. 2. 56,4.

X = 18. 38 57,5.

d. 24. Dec. die gesuchte Culmin. des Polarst. unter dem

Anmerkung 4.

Uebrigens folgt auch aus der Proportion

$$W : U = Z : T$$

durch Verwandlung $T = Z + \frac{U - W}{W} . Z$, $U > W$ gesetzt;

ferner $T = Z - \frac{W - U}{W} . Z$, für $U < W$,

welche zwey Gleichungen ebenfalls die Uhrzeit zu finden gebraucht werden können.

Die Berechnung des vorhergehenden Beyſpiels 1. wird nach dieſen Formeln ſo angeſetzt:

			Gleichung.
$U = 86447{,}0''$ $W = 86430{,}1.$ $U-W = 16{,}9.$	$W = 86430{,}1''$ $< U$	$T = \ldots\ldots$	$T = Z + \frac{U - W}{W} . Z$ $Z = 6^{St.}\ 37'\ 46''$ $= 23866.$ $Log. (U - W) = 1{,}2278867$ $log.\ Z = 4{,}3777796$ $Summe = 5{,}6056663$ $log.\ W = 4{,}9366650$

$$log. \frac{U-W}{W} . Z = 0{,}6690013$$

$$\frac{U-W}{W} . Z = 4{,}6666'' \text{ oder } 4{,}7''$$

$Z = 6^{St.}\ 37'\ 46{,}0.$

$T = 6.\ 37.\ 50{,}7.$

Voreilung der Uhr $= 0.\ 2.\ 56{,}4.$

$X = 6.\ 40.\ 47{,}1.$

Uhrzeit wie vorher

Den Durchgang des Mondes und der Planeten durch den Mittagskreis zu berechnen.

Fall 1.

Wenn die Rectascension des Mondes oder des Planeten grösser als die Rectascension der Sonne ist.

Es sey der Ueberschuss der Rectascension des Mondes oder des Planeten über die Rectascension der Sonne, für einen gegebenen Mittag = A Sekunden in Sternzeit d. i. 15' auf 1 St. gerechnet; die Veränderung oder das tägliche Wachsthum der Rectascension der Sonne zwischen diesem ersten und dem nächstfolgenden Mittage = D Sekunden eben solcher Zeit; die Veränderung oder Zunahme der Rectascension des Mondes oder des Planeten zwischen diesem ersten und dem nächsten Mittage = V Sekunden in Sternzeit. So ist die wahre Zeit der Culmination des Mondes oder des Planeten, nach dem ersten Mittage, astronomisch gezählet, und in Sekunden ausgedrückt:

$$Z = \frac{A \cdot 86400}{86400 + D - V}.$$

Fall 2.

Wenn die Rectascension des Mondes oder Planeten kleiner als die Rectascension der Sonne ist.

Wenn nunmehro der Ueberschuss der Rectascension der Sonne über die Rectascension des Mondes oder Planeten für einen gegebenen Mittag = A Sekunden in Sternzeit bedeutet, und D, V ihre Werthe wie vorhin behalten; so ist die wahre Zeit des Durchgangs des Mondes oder des Planeten durch den Mittagskreis, in Sekunden ausgedrückt, nach dem ersten Mittage astronomisch gerechnet:

$$Z = \frac{(86400 - A) \cdot 86400}{86400 + D - V}.$$

Die wahre Zeit der Culmination der Fixſterne zu finden

Können eben dieſe beyden Formeln gebraucht werden, wenn darinnen V = o geſetzt wird; Es iſt nemlich alsdann

Für Fall 1.

$$z = \frac{A \cdot 86400}{86400 + D}.$$

Für Fall 2.

$$z = \frac{(86400 - A) \cdot 86400}{86400 + D}.$$

Beyſpiel 1.

Zu welcher Zeit hat der Mond in Wien am 1. Januar 1764 culminirt?

Rechnung.

Wien 1764 den 1. Jan. Mittags.	Rectaſc. d. ☉ zu Mittage für Wien 1764.	Rectaſcenſion des ☽ zu Mittage für Wien 1764.
St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″
Rectaſc. ☉ 18. 46. 15.	d. 1. Jan. 18. 46. 15.	den 1. Jan. . 16. 52. 53.
— ☽ 16. 52. 53.	-- 2. — 18. 50. 40	— 2. — . 17. 55 28.
Überſchuſs 1. 53 22	Wachsthum 0. 4. 25	Veränd. .... 1. 2. 35.
$1^{St.}$ = 3600.	4′ = 240.	$1^{St.}$ = 3600.
53′ = 3180.	25″ = 25.	2′ = 120.
22″ = 22	D = 265.	35″ = 35.
Nach A = 6802.	hiezu add. . 86400.	V = 3755.
Fall 2. ſubtr. von 86400	86400 + D = 86665.	86400 + D = 86665.
86400 -- A = 79598		86400 + D − V = 82910.

Fall 2.

Log. (86400 -- A) = 4,9009022
log. 86400 = 4,9365137
Summe = 9,8374159
log. (86400 + D − V) = 4,9186069
log. Z = 4,9188090
Z = 82948,6″
$23^{St.}$ . . . 82800,0.
148,6.
2′ . . . . . 120,0.
28,6.
Z = $23^{St.}$ 2′ 28,6.

die geſuchte wahre aſtron. Zeit des Durchgangs des ☽ durch den Mittagskr. am 1. Jan. d. 1. 11^{Uhr} 2′ 28,6″ Vormittags d. 2. Jan.

Beyſpiel 2.

Man verlangt die wahre Zeit der Culmination des Mondes zu Wien den 1. October 1764.

Rechnung.

Wien 1764 den 1 Oct. Mittags.	Rect. ⊙ zu Mittage für Wien 1764.	Rect. ☽ zu Mittage für Wien 1764.	*Fall 1.*
St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	Log. A = 4,2776780
Rect. ⊙ 12. 32. 0.	den 1. Oct. . 12. 32. 0	den 1. Oct. . 17. 47. 53.	log. 86400 = 4,9365137
— ☽ 17. 47. 53.	— 2. — . . 12. 35. 38.	— 2. — . . 18. 50. 47.	Summe = 9,2141917
Ueberſchuſs 5. 15. 53.	Wachsth. . . . 0. 3. 38	Veränd. . . . . 1. 2. 54.	log. (86400 + D — V) = 4,9182611
5 St. = 18000.	3′ = 180.	1 St. = 3600.	log. Z = 4,2959306
15′ = 900.	38″ = 38.	2′ = 120.	Z = 19766,5″
53″ = 53.	D = 218.	54″ = 54.	5 St. . . 18000,0.
A = 18953.	add. . . . . 86400.	V = 3774.	1766,5.
	86400 + D = 86618.	86400 + D = 86618.	29′ . . . 1740,0.
		86400 + D — V = 82844.	26,5.
			Z = 5 St. 29′ 26,5.
			Culmination des ☽.

Beyspiel 3.

Die wahre Zeit der Culmination des Uranus den 1. Jänner 1790 für den Berliner Meridian zu berechnen.

Rechnung.

Berlin 1790 den 1. Jän. Mittags. St. ′ ″	Rect. ☉ zu Mittage für Berlin 1790. St. ′ ″	Rect. ♅ *rückg.* Mittags für Berlin 1790. St. ′ ″	*Fall 2.*
Rect. ☉ .. 18. 49. 22.	d. 1. Jan. 18. 49. 22.	d. 1. Jan. .. 8. 44. 32.	Log. (86400 — A) = 4,6999244
— ♅ .. 8. 44. 32	-- 2. — 18. 53. 46.	-- 2. — ... 8. 44. 24.	log. 86400 = 4,9365137
Ueberschufs .. 10. 4. 50.	Wachsthum . 0. 4. 24.	Veränderung — 0. 8.	Summe = 9,6364381
10St. = 36000.	4′ = 240.	V = — 8.	log.(86400+D—V) = 4,9378788
4′ = 240.	24″ = 24.	86400+D = 86664.	log. Z = 4,6985593
50″ = 50.	D = 264.	86400+D--V = 86672.	Z = 49952,7″
A = 36290.	add. .... 86400.		13St. ...... 46800,0.
Nach Fall 2. fubtr. von .. 86400.	86400+D = 86664.		3152,7.
86400 — A = 50110.			52′ .... 3120,0.
			32,7.
			Z = 13St. 52′ 32,7.

Culm. ♅ d. 1. Jan. 1790 oder 1U. 52′ 32,7″ früh den 2. Januar.

Beyspiel 4.

Die wahre Zeit der Culmination des Saturn den 1. Jänner 1790 für Berlin zu finden.

Rechnung.

Berlin 1790 den 1. Jan Mittags.	Rect. ☉ zu Mittage für Berlin 1790.	Rect. ♄ *rechtl.* Mittags für Berlin 1790.	*Fall 1.*
St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	Log. A = 4,2079573
			log. 86400 = 4,9365137
Rect. ☉ .. 18 49 22.	d. 1. Jan. 18. 49. 22.	den 1. Jan. .. 23 18 24.	Summe = 9,1444710
— ♄ .. 23 18 24.	-- 2 Jan. 18 53 46	— 2. — .. 23 18 40.	log. (86400 + D — V) = 4,9377585
Ueberschuſs . 4 29. 2.	Wachsthum . c. 4. 24	Veränderung 0. 0 16.	log Z = 4,2067125
$4^{St.}$ = 14400.	4′ = 240.	V = 16.	Z = 16095,8″
29′ = 1740.	24″ = 24	86400 + D = 86664.	$4^{St.}$ ... 14400,0.
2″ = 2	D = 264	86400 + D -- V = 86648.	1695,8.
A = 16142	add. ... 86400.		28′ ... 1680,0.
	86400 + D = 86664.		15,8
			Z = $4^{St.}$ 28′ 15,8.

Culm. ♄ Abends den 1. Jan. 1790.

Beyspiel 5.

Wenn culminirt die Leyer den 1. Januar 1790 zu Berlin?

Rechnung.

	Berlin 1790 den 1. Jan. Mittags. St.	′	″
Rect. ☉	18.	49.	22.
— Leyer	18.	29.	49.
Ueberſchuſs	0.	19.	33.

19′ = 1140
33″ = 33.
A = 1173.
Nach Fall 2. ſubtr. von . . . . 86400.
86400 — A = 85227

	Rect. ☉ zu Mittage für Berlin 1790. St.	′	″
den 1. Jan.	18.	49.	22.
— 2. —	18.	53.	46.
Wachsthum	0.	4.	24.

4′ = 240
24″ = 24.
D = 264.
add. . . . 86400
86400 + D = 86664.

Fall 2.

Log. (86400 — A) = 4,9305772
log. 86400 = 4,9365137
Summe = 9,8670909
log. (86400 + D) = 4,9378387
log. Z = 4,9292522
Z = 84967,4″
23 St. . . . . . 82800,0.
2167,4.
36′ . . . . 2160,0.
7,4.
Z = 23 St. 36′ 7,4.
wahre Zeit der Culmination der Leyer für den 1. Januar 1790.

Aus zwey nahe am Mittag gemeſſenen Sonnenhöhen, die nicht übereinſtimmend ſind, die Zeit des wahren Mittags zu finden.

Bedeutung der Buchſtaben.

H die Mittagshöhe der Sonne.

$\Delta H^{Sek.}$ die Höhenänderung in einer Minute vor oder nach der Culmination der Sonne $= 1{,}96345 \text{ Cof. } \varepsilon \,.\, \frac{\text{Cof. } \delta}{\text{Sin. } (\varepsilon - \delta)}$; wo ε die Polhöhe, δ die Abweichung der Sonne $\left\{ \begin{matrix} \text{Nö.} + \\ \text{Sü.} - \end{matrix} \right\}$ anzeigt.

$\pm \Delta \delta^{Sek.}$ die Veränderung der Abweichung der Sonne in einer Zeitminute. Das obere Zeichen wird gebraucht, wenn die Sonne in den aufſteigenden Zeichen iſt; das untere aber wenn ſie in den niederſteigenden Zeichen ſich befindet.

$\left\{ \begin{matrix} h \\ N \end{matrix} \right.$ die eine Sonnenhöhe, welche vom Mittag um *Minuten* entfernt iſt.

$\left\{ \begin{matrix} h' \\ n \end{matrix} \right.$ die zweyte Sonnenhöhe, vom Mittag um *Minuten* entfernt.

Formeln.

Fall 1: $h < h'$ alſo $N > n$.	h die kleinere, vor der Culmination der Sonne genommen. h' die gröſsere, nach der Culmination der Sonne genommen.

$$[N - n]^{Min.} = \frac{[h' - h]^{Sek.}}{\Delta H^{Sek.} \,.\, [N + n]^{Min.}} - \frac{\pm \Delta \delta^{Sek.}}{\Delta H^{Sek.}}$$

Nunmehro ergeben ſich durch $N + n$ d. i. die Zwiſchenzeit der Beobachtungen, und $N - n$ welches die Formel giebt, die Werthe von N und n in *Minuten.* Da man nun die Zeit der Uhr in dem Augenblick einer jeden Beobachtung kennt, ſo findet ſich die Zeit des wahren Mittags, wenn man den vormittägigen Stundenwinkel N zu der ihm zugehörigen Zeit der Beobachtung addirt, den nachmittägigen n aber davon ſubtrahirt.

Fall 2: $h > h'$ alſo $N < n$.	h die gröſsere Höhe, vor der Culmination der Sonne. h′ die kleinere, nach der Culmination der Sonne.

$$n - N = \frac{h - h'}{\Delta H . (n + N)} + \frac{\pm \Delta \delta}{\Delta H}$$

Hier werden ebenfalls ausgedrückt

in Min. u. Dezimalth. derſelben: $n + N$, $n - N$
in Sek. . . . . : $h - h'$, ΔH, $\Delta \delta$

$n + N$ bedeutet die Zwiſchenzeit der Beobachtungen.

Aus $n + N$ und $n - N$ findet man n und N in Minuten und Dezimaltheilen derſelben, daraus ſich die Zeit des wahren Mittags, wie bey Fall 1, ergiebt.

Fall 3: $h < h'$ alſo $N > n$.	Beyde Sonnenhöhen h und h′ vor der Culmination der Sonne gemeſſen.

$$N + n = \frac{h' - h}{\Delta H . (N - n)} - \frac{\pm \Delta \delta}{\Delta H}$$

Fall 4: $h < h'$ al ſo $N > n$.	Beyde Höhen h, h′ nach d Culmination der Sonne genom men.

$$N + n = \frac{h' - h}{\Delta H . (N - n)} + \frac{\pm \Delta \delta}{\Delta H}.$$

Anmerkung zu Fall 3 und 4.

In beyden Fällen iſt: $N - n$ die Zwiſchenzeit der Beobachtungen, in Minuten und Dezimaltheilen derſelben ausgedrückt; $h' - h$ iſt der Unterſchied der einfachen Höhen, in Sekunden und Dezimalthei- len derſelben ausgedrückt; ΔH und $\Delta \delta$ werden eben- falls in Sekunden und Dezimaltheilen derſelben ange- geben; die Berechnung der Formel giebt $N + n$ in Minuten und Dezimaltheilen derſelben; aus $N - n$ und $N + n$ findet man die Werthe von N und n in Minuten und Dezimaltheilen derſelben; endlich wenn man den Stundenwinkel N oder n

a) für Fall 3: zu der ihm zugehörigen Zeit der Beobachtung addirt (nemlich der kleinere Stunden- winkel n gehört zu der gröſsern Höhe h′; und der gröſsere N zu der kleinern h), ſo giebt die Summe die Zeit des wahren Mittags.

b) für Fall 4: von der ihm zugehörigen Zeit der Beobachtung ſubtrahirt, ſo giebt der übrigbleibende Reſt die geſuchte Zeit des wahren Mittags.

Anmerkung zu Fall 1, 2, 3 und 4.

Um $\left\{ \begin{matrix} h' - h \\ \text{oder} \\ h - h' \end{matrix} \right\}$ d. i. den Unterſchied der einfachen Höhen

aus der Beobachtung mit dem Hadleyiſchen Spiegel-extanten zu erhalten, hat man nichts weiter nöthig als die doppelten Höhen, wie ſie unmittelbar der Sex-tant giebt (ohne den *Error indicis*, *Refr. etc.* anzubrin-gen) von einander zu ſubtrahiren, den herauskom-menden Unterſchied zu halbiren, und dann dieſe Hälfte auf Sekunden und Dezimaltheile derſelben zu reduziren.

Beyspiel zu Fall 1.

Gegebene Beobachtungen zu Göttingen den 11. März 1794.						
Zeit der Uhr.				Doppelte Höhe des obern Sonnenrandes.		
U.	′	″		°	′	″
23.	51.	38.	vor der Culmination der Sonne	70.	14.	45.
0.	8.	35.	nach der Culmination der Sonne	70.	17.	30.

Darstellung der Rechnung.

I.	II.	III.
$2h' = 70^\circ\ 17'\ 30''$ ..	.... $24^{St.}\ 8'\ 35''$	Den 11. März 1794 aus Bodens Jahrb. Südliche Abweichung der Sonne $= 3^\circ\ 30'\ 50''$
$2h = 70.\ 14.\ 45$ ...	.... $23.\ 51.\ 38.$	den 12. .... $= 3.\ 7.\ 17.$
$2(h'-h) = 0.\ 2.\ 45.$	$N + n = 0.\ 16.\ 57.$	Veränderung in 24 Stunden $= 0\ 23.\ 33.$
$h'-h = 0.\ 1.\ 22,5.$	$= 0.\ 16,95.\ 0.$	$24^{St.} : 23'\ 33'' = 1' : \Delta\delta = 0.\ 0.\ 0,981.$
$= 0.\ 0.\ 82,5.$		

IV.

$$\Delta H = 1{,}96345 \text{ Cos. } \varepsilon \cdot \frac{\text{Cos. } \delta}{\text{Sin. } (\varepsilon - \delta)}$$

$\varepsilon = 51° \; 32'$ für Göttingen, giebt

$\log. (1{,}96345 \text{ Cos. } \varepsilon) = 0{,}0868516 = \log. \text{Const.}$

$\delta = -\,3° \; 31'$; $\log. \text{Cos. } \delta = 9{,}9991815$

$\varepsilon - \delta = 55. \;\; 3$; $\log. \text{Sin.} (\varepsilon - \delta) = 9{,}9136296$

Rest = 0,0855519

+ log. Const. = 0,0868516

log. Δ H = 0,1724035

Δ H = 1,4873″

V.

Es ist also gefunden worden für die Formel:

Fall 1.

$h' - h = 82{,}5''$

$N + n = 16{,}95'$

$\Delta \delta = 0{,}981''$

$\Delta H = 1{,}4873''$

Dies giebt:

VI.

$$N - n = \frac{82,5}{1,4873 \cdot 16,95} - \frac{+\,0,981}{1,4873}$$

$$= \frac{82,5}{1,4873 \cdot 16,95} - \frac{0,981}{1,4873}$$

	Log. 1,4873	=	0,1724035	
+	log. 16,95	=	1,2291697	
	Summe	=	1,4015732	ſubtrahirt
von	log. 82,5	=	1,9164539	
	log. 3,2725	=	0,5148807	 3,2725
	log. 9810	=	3,9916690	
—	log. 14873	=	4,1724035	
	log. 0,65958	=	9,8192655 — 10	 0,6596
				N — n = 2,613′

VII.

$$N - n = 2{,}613'$$
$$N + n = 16{,}950.$$
$$2 \cdot N = 19{,}563.$$
$$N = 9{,}7815. = 9'\ 46{,}89''$$
$$2 \cdot n = 14{,}337.$$
$$n = 7{,}1685. = 7.\ 10{,}11.$$

VIII.

Zu N gehört die Zeit der Beobachtung: $23^{U.}\ 51'\ 38''$
zu n . . . . o. 8 35.

Demnach:	$23^{U.}\ 51'\ 38''$	$0^{U.}\ 8'\ 35''$
+ N =	o. 9. 46,89	− n = o. 7. 10,11.
	o. 1. 24,89	o. 1. 24,89.

Die Zeit des wahren Mittags, welche gefunden werden sollte.

Aus zwey ungleichen vor- und nachmittags genommenen Sonnenhöhen die Zeit des wahren Mittags zu finden.

Bedeutungen der Buchstaben.

	Zeit	Abweichung der ⊙	Wahre Höhe der ⊙	Stunden winkel	Pol-höhe
Vormittage:	T	Δ } Nö. +	H	B	ε
Nachmittage:	t	δ } Sü. —	η	b	

I. Vorbereitungsrechnungen.

Man sucht 1) die Zeit $\frac{t - T}{2}$;

2) $24^{St.} : 360^{\circ} = \frac{t - T}{2} : x = \frac{B + b}{2} = M$;

3) $\frac{H + \eta}{2} = P$;

4) $\frac{H - \eta}{2} = N$ in Sekunden ausgedrückt;

5) $\frac{\delta - \Delta}{2} = Q$ in Sekunden.

II. Nun berechnet man die Formel:

$$\frac{b - B}{2} = \frac{\text{Cos}\,P \,.\, \text{Cos}\,\Delta \,.\, N + \text{Sin}\,\varepsilon \,.\, Q - \text{Sin}\,H \,.\, \text{Sin}\,\Delta \,.\, Q}{\text{Cos}\,\varepsilon \,.\, \text{Cos}\,\delta \,.\, \text{Sin}\,M \,.\, \text{Cos}\,\Delta} \;\ldots\ldots\; \textit{Formel 1.}$$

III. Alsdann verwandelt man den gefundenen Bogen $\frac{b - B}{2}$ in Zeit, und findet durch:

$$\frac{t - T}{2} - \frac{b - B}{2} \text{ in Zeit}$$

den Werth von B in Zeit.

IV. Endlich giebt T + B in Zeit, die gesuchte Zeit des wahren Mittags.

Beyspiel.

Für Göttingen den 27. März 1794.

T =	$20^{St.}$	$50'$	$20{,}0''$		Diese 7 Stücke müssen allezeit gegeben seyn.
t =	28.	1.	29,0.		
Δ =	$+2^{\circ}$	44.	3,3.	oder Nö.	
δ =	+2.	50.	44,0.	— —	
H =	23.	12.	23,3.		
η =	24.	37.	31,5.		
ι =	51.	31.	54,0.		

I. *Vorbereitung.*

1)

t =	$28^{St.}$	$1'$	$29{,}0''$
T =	20.	50	20,0.
$t - T$ =	7.	11.	9,0.
$\frac{t-T}{2}$ =	3.	35.	34,5.

2) $24^{St.} : 360^{\circ} = 3^{St.}\ 35'\ 34{,}5'' : M$

$3^{St.}$ =	45°	$0'$	$0''$	Nach Taf. XXX. der Berl. Samml. astr. Taf. Band 1. Seite 293.
$35'$ =	8.	45.	0.	
$34''$ =	0.	8.	30.	
$0{,}5''$ =	0.	0.	7,5	
M =	53.	53.	37.	

3)

H =	23°	$12'$	$23{,}3''$
η =	24.	37.	31,5.
$H + \eta$ =	47.	49.	54,8.
$\frac{H+\eta}{2}$ =	23.	54.	57.

$= P$

4)

$$H = 23^\circ\ 12'\ 23{,}3''$$
$$\eta = 24.\ 37.\ 31{,}5.$$
$$H - \eta = -1.\ 25.\ \ 8{,}2.$$
$$\frac{H - \eta}{2} = -0.\ 42.\ 34{,}1.$$
$$42' = 2520''$$
$$34{,}1'' = 34{,}1.$$
$$N = -2554{,}1.$$

5)

$$\delta = +2^\circ\ 50'\ 44{,}0''$$
$$\Delta = +2.\ 44.\ \ 3{,}3.$$
$$\delta - \Delta = +0.\ \ 6\ \ 40{,}7.$$
$$\frac{\delta - \Delta}{2} = +0.\ \ 3.\ 20{,}35.$$
$$3' = 180''$$
$$20{,}35'' = 20{,}35.$$
$$Q = +200{,}35.$$

Es ist also gefunden worden:

$$\frac{t - T}{2} = 3^{St.}\ 35'\ 34{,}5''$$
$$M = 53^\circ.\ 53.\ 37.$$
$$P = 23.\ 54.\ 57.$$
$$N = -\ 2554{,}1.$$
$$Q = +\ 200{,}35.$$

II. Berechnung der Formel 1.

$$\text{Log. Cosin } P = 9{,}9610136 - 10$$
$$\text{log. Cosin } \Delta = 9{,}9995053 - 10$$
$$\text{log. } N = 3{,}4072379$$
$$\text{log. (Cos. } P \text{ . Cos. } \Delta \text{ . } N) = 3{,}3677568$$
$$\text{Cos. } P \text{ . Cos. } \Delta \text{ . } N = -2332{,}15''$$

$$\begin{aligned}
\log.\ \text{Sin}\ \varepsilon &= 9{,}8937352 - 10 \\
\log.\ Q &= 2{,}3017893 \\
\hline
\log.\ (\text{Sin}\ \varepsilon\ .\ Q) &= 2{,}1955245 \\
\text{Sin}\ \varepsilon\ .\ Q &= +156{,}864''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log.\ \text{Sin}\ H &= 9{,}5955452 - 10 \\
\log.\ \text{Sin}\ \Delta &= 8{,}6785375 - 10 \\
\log.\ Q &= 2{,}3017893 \\
\hline
\log.\ (\text{Sin}\ H\ .\ \text{Sin}\ \Delta\ .\ Q) &= 0{,}5758720 \\
\text{Sin}\ H\ .\ \text{Sin}\ \Delta\ .\ Q &= +\ 3{,}7659''
\end{aligned}$$

Es beträgt alſo der Zähler der Formel . . . .
$-2332{,}15'' + 156{,}864'' - 3{,}7659'' = -2179{,}05''$;
Log. $2179{,}05 = 3{,}3382672$.

Nun iſt der Log. des Nenners und Bogen $\frac{b-B}{2}$ zu berechnen.

$$\begin{aligned}
\text{Log. Coſin}\ \varepsilon &= 9{,}7938476 - 10 \\
\text{log. Coſin}\ \delta &= 9{,}9994642 - 10 \\
\text{log. Sin}\ M &= 9{,}9073706 - 10 \\
\text{log. Coſin}\ \Delta &= 9{,}9995053 - 10 \\
\hline
\text{log.}\ (\text{Coſ.}\ \varepsilon\ .\ \text{Coſ.}\ \delta\ .\ \text{Sin}\ M\ .\ \text{Coſ.}\ \Delta) &= 9{,}7001877 - 10 \\
\text{ſubtr. von log.}\ 2179{,}05'' &= 3{,}3382672 \\
\hline
\log.\ \frac{b-B}{2} &= 3{,}6380795 \\
\text{Bogen}\ \frac{b-B}{2} &= -\ 4345{,}9'' \\
&= -\ 1^\circ\ 12'\ 25{,}9''
\end{aligned}$$

Rechnung zu III. und IV.

$1'' = 0^{St.}\ 4'\ 0''\ 0'''$
$12' = 0.\ 0.\ 48.\ 0.$
$25'' = 0.\ 0.\ 1.\ 40.$
$0,9'' = 0.\ 0.\ 0\ 3,6.$

Nach Tafel XXXI. der Berlin. Samml. aſtr. Taf. Band 1. Seite 293.

$\frac{b - B}{2}$ in Zeit $= -\ 0^{St.}\ 4'\ 49,7''$

Demnach:

$\frac{t - T}{2} - \frac{b - B}{2}$ in Zeit $= 3^{St.}\ 35'\ 34,5'' + 0^{St.}\ 4'\ 49,7''$

oder B in Zeit $= 3.\ 40.\ 24.$

$T = 20.\ 50.\ 20.$

T + B in Zeit $= 0.\ 30.\ 44.$ *Zeit der Uhr im wahren Mittag.*

Anmerkung.

Folgende Formel würde das geſuchte noch genauer darſtellen:

$$\text{Sin}\left(\frac{b-B}{2}\right) = \frac{\text{Sin N} . \text{Coſin P} . \text{Coſin} \Delta + \text{Sin} \epsilon . Q - \text{Sin H} . \text{Sin}\left(\frac{\Delta + \delta}{2}\right) . Q}{\text{Coſin} \epsilon . \text{Coſin} \delta . \text{Sin M} . \text{Coſin} \Delta} \quad \ldots \textit{Formel 2.}$$

Nemlich hieraus wird der Bogen $\frac{b - B}{2}$ gefunden; hierauf wird, wie vorhin, dieſer Bogen in Zeit, 15° auf 1 St. gerechnet, verwandelt, und von der halben Zwiſchenzeit der Beobachtungen d. i. von $\frac{t - T}{2}$ ſubtrahirt; der Reſt iſt der zu der vormittägigen Höhe der Sonne H gehörige Stundenwinkel B in Zeit; dieſer in Zeit verwandelte Stundenwinkel wird nunmehro zu der vormittägigen Zeit T addirt; ſo wird die herauskommende Summe die Zeit der Uhr im wahren Mittage ſeyn.

Sind die Höhen nicht über 2 bis 3° verſchieden, ſo kann man ohne beträchtlichen Fehler ſetzen:

$$\frac{b-B}{2} = \frac{\text{Coſin}\,P\,.\,\text{Coſin}\,\Delta\,.\,N + \text{Sin}\,\varepsilon\,.\,Q - \text{Sin}\,H\,.\,\text{Sin}\left(\frac{\Delta+\delta}{2}\right).\,Q}{\text{Coſin}\,\varepsilon\,.\,\text{Coſin}\,\delta\,.\,\text{Sin}\,\mu\,.\,\text{Coſin}\,\Delta} \quad \ldots \text{Formel 3.}$$

wo ich μ ſtatt M geſetzt habe, und unter μ die aus dem Gange der Uhr berichtigte halbe Zwiſchenzeit der Beobachtungen, in Grade verwandelt, verſtehe. Es findet ſich aber die halbe Zwiſchenzeit der Uhr, $\frac{t-T}{2}$, welche im vorigen Beyſpiel $3^{St.}\ 35'\ 34{,}5''$ war, in wahrer Sonnenzeit x ausgedrückt, wenn man weis, wie viel Stunden der Uhr auf 24 wahre Sonnenſtunden gehen. Denn geſetzt, daſs $24^{St.}\ 0'\ 0''$ wahrer Zeit $= 24^{St.}\ 3'\ 39{,}9''$ Uhrzeit ſeyen, wie hier wirklich der Fall iſt; ſo wird man folgende Proportion anzuſetzen haben, um μ zu finden:

$$24^{St.}\ 3'\ 39{,}9'' : 24^{St.}\ 0'\ 0'' = \frac{t-T}{2} : x \text{ in Zeit;}$$

und dann iſt die Zeit x in Grade, Minuten und Sekunden verwandelt, 15° auf $1^{St.}$ gerechnet, $= \mu$.

Oder auch gleich ſo:

$$24^{St.}\ 3'\ 39{,}9'' : 360° = \frac{t-T}{2} : \mu.$$

Solchergeſtalt findet man nun $\frac{b-B}{2}$ in *wahrer* Zeit; dieſe wahre Zeit muſs nun wieder in Uhrzeit verwandelt werden, durch die umgekehrte Proportion

$$24^{St.}\ 0'\ 0'' : 24^{St.}\ 3'\ 39{,}9'' = \frac{b-B}{2} \text{ wahre Zeit} : \frac{b-B}{2} \text{ Uhrzeit.}$$

Endlich giebt

$$\frac{t-T}{2} \text{ Uhrzeit} - \frac{b-B}{2} \text{ Uhrzeit} = B \text{ in Uhrzeit,}$$

worauf T + B in Uhrzeit, die gesuchte Zeit der Uhr im wahren Mittage ist.

Zur Erläuterung dieser genauern Vorschrift will ich nach *Formel 3* die Rechnung des vorigen Beyspiels wiederholen.

Vorbereitung.

1) $\frac{t - T}{2} = 3^{St.}\ 35'\ 34{,}5''$

2) *Entweder*

$$24^{St.}\ 3'\ 39{,}9'' : 24^{St.} = 3^{St.}\ 35'\ 34{,}5'' : x$$

d. i. $$86619{,}9'' : 24^{St.} = 12934{,}5'' : x^{St.}$$

$$\text{Log. } 24 = 1{,}3802112$$
$$\text{log. } 12934{,}5 = 4{,}1117497$$
$$\text{compl. log. } 86619{,}9 = 5{,}0623822$$
$$\text{log. } x = 0{,}5543431$$
$$x = 3{,}5838^{St.}$$
$$= 3^{St.}\ 35'\ 1{,}68''$$
$$3^{St.} = 45^{\circ}\ 0.\ 0.$$
$$35' = 8.\ 45.\ 0.$$
$$1'' = 0.\ 0.\ 15.$$
$$0{,}68'' = 0.\ 0.\ 10.$$
$$\mu = 53.\ 45.\ 25.$$

Oder

$$24^{St.}\ 3'\ 39{,}9'' : 360^{\circ} = 3^{St.}\ 35'\ 34{,}5'' : \mu$$

d. i. $$86619{,}9'' : 360^{\circ} = 12934{,}5'' : \mu^{\circ}$$

$$\text{Log. } 360 = 2{,}5563025$$
$$\text{log. } 12934{,}5 = 4{,}1117497$$
$$\text{compl. log. } 86619{,}9 = 5{,}0623822$$
$$\text{log. } \mu = 1{,}7304344$$
$$\mu = 53{,}7569^{\circ}$$
$$= 53^{\circ}\ 45'\ 25''$$

3) $P = 23^\circ\ 54'\ 57''$
4) $N = -\ 2554{,}1''$
5) $Q = +\ 200{,}35.$
6) $\Delta = +2.\ 44.\ \ 3{,}3.$
$\delta = +2.\ 50.\ \ 44{,}0.$

$\Delta+\delta = +5.\ 34.\ \ 47{,}3.$

$\frac{\Delta+\delta}{2} = +2.\ 47.\ \ 24.$

Es ist also gefunden worden:

$\frac{t-T}{2} = 3^{St.}\ 35'\ 34{,}5''$

$\mu = 53^\circ\ 45.\ \ 25.$
$P = 23.\ \ 54.\ \ 57.$
$N = -\ \ 2554{,}1.$
$Q = +\ \ 200{,}35.$

$\frac{\Delta+\delta}{2} = +2.\ \ 47.\ \ 24.$

Berechnung der Formel 3.

$\text{Cosin } P . \text{Cosin } \Delta . N = -\ 2332{,}15''$
$\text{Sin } \varepsilon . Q = +\ 156{,}864.$

$\text{Log. Sin } H = 9{,}5955452 - 10$
$\text{log. Sin } \frac{\Delta+\delta}{2} = 8{,}6873099 - 10$
$\text{log. } Q = 2{,}3017893$

$\text{log. } (\text{Sin } H . \text{Sin } \frac{\Delta+\delta}{2} . Q) = 0{,}5846444$

$\text{Sin } H . \text{Sin } \frac{\Delta+\delta}{2} . Q = +\ 3{,}84277''$

Es beträgt also der Zähler der Formel 3. . . . . $-2332{,}15'' + 156{,}864'' - 3{,}84277'' = -2179{,}13''$; log. $2179{,}13 = 3{,}3382832$. Nun ist der log. des Nenners zu berechnen:

$$\text{Log. Cosin } \varepsilon = 9{,}7938476 - 10$$
$$\text{log. Cosin } \delta = 9{,}9994642 - 10$$
$$\text{log. Sin } \mu = 9{,}9066131 - 10$$
$$\text{log. Cosin } \Delta = 9{,}9995053 - 10$$
$$\text{log.}(\text{Cos. } \varepsilon \,.\, \text{Cos. } \delta \,.\, \text{Sin } \mu \,.\, \text{Cos. } \Delta) = 9{,}6994302 - 10$$

Alſo:

$$\text{log. des Zählers} = 3{,}3382832$$
$$\text{log. des Nenners} = 9{,}6994302 - 10$$
$$\text{log. } \frac{b - B}{2} = 3{,}6388530$$
$$\text{Bogen } \frac{b - B}{2} = -4353{,}64''$$
$$= -1^\circ\ 12'\ 33{,}64''$$

$$1^\circ = 0^{St.}\ 4'\ 0''\ 0'''$$
$$12' = 0.\ 0.\ 48.\ 0.$$
$$33'' = 0.\ 0.\ 2.\ 12.$$
$$0{,}64'' = 0.\ 0.\ 0.\ 2{,}56.$$

$\frac{b-B}{2}$ in *wahrer* Zeit $= -0^{St.}\ 4'\ 50{,}24''$
$= - \quad 290{,}24''$ Dieſe *wahre* Zeit muſs nun in Uhrzeit verwandelt werden, durch folgende Proportion:

$$24^{St.} : 24^{St.}\ 3'\ 39{,}9'' = -290{,}24'' : \frac{b-B}{2} \text{ in Uhrzeit}$$

d. i. $86400'' : 86619{,}9'' = -290{,}24'' : \ldots\ldots$

$$\text{Log. } 86619{,}9'' = 4{,}9376178$$
$$\text{log. } 290{,}24 = 2{,}4627573$$
$$\text{Summe} = 7{,}4003741$$
$$\text{log. } 86400 = 4{,}9365137$$
$$\text{log. } \frac{b-B}{2} \text{ in Uhrzeit} = 2{,}4638604$$
$$\frac{b-B}{2} \text{ in Uhrzeit} = -290{,}98''$$
$$= -0^{St.}\ 4'\ 50{,}98''$$

Demnach:

$$\frac{t-T}{2}-\frac{b-B}{2} \text{ in Uhrzeit} = 3^{St.}\ 35'\ 34,5'' + 0^{St.}\ 4'\ 50,98''$$

oder B in Uhrzeit = 3. 40. 25,48.
T = 20. 50. 20,00.

T + B in Uhrzeit = $0^{U.}$ 30. 45,48. Dies ist die gesuchte Zeit der Uhr im wahren Mittage. Vorher ward selbige nach Formel 1. gefunden. . . . .
0. 30. 44.

Die Zeit der Uhr im wahren Mittage oder in der wahren Mitternachtsſtunde aus übereinſtimmenden Sonnenhöhen zu finden.

Es ſey

T die Zeit, welche die Pendeluhr weiſet, im Augenblick der erſten Beobachtung;

I die Zwiſchenzeit, welche zwiſchen den beyden Beobachtungen verfloſſen iſt;

τ der Stundenwinkel, welcher der Zeit $\frac{I}{2}$ zugehört;

δ Abweichung der Sonne, zu Mittage; $\left\{\begin{matrix} \text{Nö.} + \\ \text{Sü.} - \end{matrix}\right.$

$d\delta$ die Aenderung der Abweichung der Sonne, in der Zeit I, in Grad-Sekunden;

ε Nördliche Polhöhe.

So hat man

Zeit der Uhr im wahren Mittage . . . .

$$= T + \frac{I}{2} - \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{\text{Tang } \varepsilon}{\text{Sin } \tau} - \frac{\text{Tang } \delta}{\text{Tang } \tau} \right) \cdot d\delta$$

Man kann ebenfalls eine Beobachtung die des Nachmittags geſchehen iſt, mit einer Beobachtung am folgenden Morgen, vergleichen; alsdann wäre

Zeit der Uhr in der wahren Mitternachtsſtunde . . .

$$= T + \frac{I}{2} - \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{\text{Tang } \varepsilon}{\text{Sin}(180^\circ + \tau)} - \frac{\text{Tang } \delta}{\text{Tang}(180^\circ + \tau)} \right) \cdot d\delta$$

wo aber δ = der Abweichung der Sonne um Mitternacht ſeyn muſs.

Hiebey braucht man nur die Polhöhe ε, Abweichung der Sonne δ, $\left\{\begin{matrix} \text{Nö.} + \\ \text{Sü.} - \end{matrix}\right\}$ und den Stundenwinkel τ bis auf einige Minuten zu kennen. Die Abwei-

chung der Sonne nebſt ihrer täglichen Aenderung erhält man aus Tafeln oder aſtronomiſchen Ephemeriden, den Stundenwinkel τ aber aus der halben Zwiſchenzeit, $\frac{1}{2}$ I, der Beobachtungen.

Anmerkung.

Hat man mehrere correſpondirende Höhen genommen, ſo iſt nicht nöthig, die Rechnung für jedes Paar Höhen beſonders vorzunehmen. Man nimmt aus den verſchiedenen Reſultaten, welche jedes Paar Höhen für den Werth von $T + \frac{I}{2}$ d. i. für den *unverbeſſerten Mittag* gab, den mittlern Werth dieſer Gröſse, und berechnet den Werth von

$$\frac{1}{30} \cdot \left(\frac{\text{Tang}\,\varepsilon}{\text{Sin}\,\tau} - \frac{\text{Tang}\,\delta}{\text{Tang}\,\tau} \right) . \, d\delta$$ d. i. der *Verbeſſerung des Mittags*

und auch den Werth von

$$\frac{1}{30} \cdot \left(\frac{\text{Tang}\,\varepsilon}{\text{Sin}\,(180^\circ + \tau)} - \frac{\text{Tang}\,\delta}{\text{Tang}\,(180^\circ + \tau)} \right) . \, d\delta$$ d. i. der *Verbeſſerung der Mitternacht*

auf die Art, daſs man dabey für den Werth von τ die halbe Zwiſchenzeit $\frac{I}{2}$ zweyer in der Mitte liegender Beobachtungen zum Grunde legt und ſelbige in Grade verwandelt.

Iſt die Anzahl der Beobachtungen ungerade, ſo nimmt man die halbe Zwiſchenzeit $\frac{I}{2}$ der gerade mitten inneliegenden Beobachtung und verwandelt ſolche in Grade um τ zu haben.

Endlich applizirt man die ſolchergeſtalt gefundene Verbeſſerung des Mittags oder der Mitternacht, an den mittlern Werth von $T + \frac{1}{2}$, d. i. an den unverbeſſerten Mittag oder an die unverbeſſerte Mitternacht, *im Mittel;* ſo bekömmt man die Zeit des wahren Mittags oder der wahren Mitternacht, nach der bey der Beobachtung gebrauchten Pendeluhr.

Wenn man mehrere Tage hintereinander immer *eben dieſelben* correſpondirenden Sonnenhöhen nimmt, ſo hat man noch den Vortheil, daſs man den Gang der Uhr, bey einerley Mühe, in 24 Stunden zweymal erfährt; und fällt des Nachts eine Beobachtung vor, ſo läſst ſich die Uhr wieder aufs neue, durch die verbeſſerte Mitternacht, prüfen.

Beyſpiel 1.

Für die Zeit der Uhr im wahren Mittage.

Göttingen den 27. März 1794

Zeit d Uhr	St.	′	″
Vormittage T	8.	46.	9.
Nachmittage	4.	16.	4.
Zwiſchenzeit	17.	29.	55.
$\frac{1}{2}$	13.	44.	57,5.

$3^{St.} = 45°\ 0'\ 0''$
$44' = 11.\ 0.\ 0.$
$57'' = 0.\ 14.\ 15.$
$0,5'' = 0.\ 0.\ 7,5.$

$\tau\ \ldots\ 56.\ 14.\ 20.$

Nö. Abw. der ⊙ zu Mittage

δ

$+\ 2°\ 47'\ 5''.$

Die 24ſtündliche Veränderung der Abweichung der ⊙

$+\ 0°\ 23'\ 26''.$

Alſo:

$24^{St.} : +23'\ 26'' = 1 : +d\delta$

d. i.

$24^{St.} : 1406'' = 7,5^{St.} : d\delta''.$

$d\delta = +439,3''$

$\frac{d\delta}{30} = +\ 14,6433.$

Nördliche Polhöhe

ε

$51°\ 31'\ 54''$

$\text{Log. Tang}\,\varepsilon = 10,0998876$
$\text{log. Sin}\,\tau = 9,9197901$
$\text{Reſt} = 0,1800975$ gehört zu 1,51390
$\text{log. Tang}\,\delta = 8,6870014$
$\text{log. Tang}\,\tau = 10,1749251$
$\text{Reſt} = 8,5120763 - 10$ gehört zu 0,03251

$$\frac{\text{Tang}\,\varepsilon}{\text{Sin}\,\tau} - \frac{\text{Tang}\,\delta}{\text{Tang}\,\tau} = \ldots\ldots\ldots\ 1,48139$$

$\text{Log. } 1,48139 = 0,1706694$

$\text{log. } \frac{d\delta}{30} = 1,1656390$

$\text{Summe} = 1,3363084 = \text{log. } 21,6924''$

Folglich iſt $\frac{1}{30} \cdot \left(\frac{\text{Tang}\,\varepsilon}{\text{Sin}\,\tau} - \frac{\text{Tang}\,\delta}{\text{Tang}\,\tau}\right) \cdot d\delta = 21,6924''$

und daher *Zeit der Uhr im wahren Mittage:*

$$\underbrace{8^{St.}\ 46'\ 9'' + 3^{St.}\ 44'\ 57{,}5''}_{\text{Unverbeſſerter Mittag}} - \underbrace{21{,}692''}_{\text{Mittagsverbeſſerung}} =$$

$$0^{St.}\ 31'\ 6{,}5'' - 21{,}692'' = 0^{U.}\ 30'\ 44{,}808''$$

Beyspiel 2.

Für die Zeit der Uhr in der wahren Mitternachtsstunde.

Altburg den 27. März 1792

Zeit der Uhr

	Nachmittage St. ′ ″	Vormittage St. ′ ″
zur kleinst. Höhe	2. 47. 18.	9. 2. 46,5.
	2. 46. 4.	9. 4. 0,5.
	2. 44. 48.	9. 5. 17,0.
zur größten Höhe	2. 43. 31.	9. 6. 34,7.
Summe ...	11. 1. 41.	36. 18. 38,7.
Viertel, T ..	2. 45. 25,25.	9. 4. 39,7.

Zwischenzeit I . 18St. 19′ 14,5″

$\frac{1}{2}$ I . . 9. 9′ 37,25.

9St. = 135° 0′ 0″

9′ = 2. 15. 0.

37″ = 0. 9. 15.

τ . . . . 137. 24. 10.

180° + τ . . . . . . 317. 24. 10.

Unverbesserte Mitternacht, im Mittel, T + $\frac{1}{2}$ I 11St. 55. 2,5.

Nö. Abw. d. ⊙ um Mitternacht.

δ

° ′ ″

+ 3. 10. 0.

Die 24stündl. Veränderung der Abw. der ⊙

+ 0. 23. 24.

24St. : + 23′ 24″ = I : + dδ

d. i.

24St. : 1404″ = 18,32St. : dδ″

dδ = + 1071,72″

$\frac{1}{30}$ dδ = + 35,724.

Nördliche Polhöhe.

ε

48° 43′ 26″

Log. Tang ε = 10,0566128

log. Sin (180° + τ) = 9,8304862

verneint

Rest = 0,2261266 gehört zur Zahl . . — 1,68316

log. Tang δ = 8,7429222

log. Tang (180° + τ) = 9,9635317

verneint

Rest = 8,7793905 — 10 gehört zu . . — 0,06017

$\frac{\text{Tang } \varepsilon}{\text{Sin } (180° + \tau)} - \frac{\text{Tang } \delta}{\text{Tang } (180° + \tau)} = -1,62299$

Log. 1,62299 = 0,2103158

log. $\frac{d\delta}{30}$ = 1,5529601

Summe = 1,7632759 = log. 57,9797″

Folglich ist

$$\frac{1}{30}\cdot\left(\frac{\text{Tang }\varepsilon}{\text{Sin}(180^\circ+\tau)}-\frac{\text{Tang }\delta}{\text{Tang}(180^\circ+\tau)}\right)\cdot d\delta=-57{,}9797''$$

und daher die

Zeit der Uhr in der wahren Mitternachtsstunde =

$$T+\frac{1}{2}-(-57{,}9797'')=\underbrace{11^{St.}\,55'\,2{,}5''}_{\text{Unverbesserte Mitternacht.}}\;\underbrace{+\,57{,}9797''}_{\text{Mitternachtsverbesserung.}}$$

$$=11^{U.}\,56'\,0{,}4797''$$

Aus vier gleichen Sonnenhöhen zweyer zunächst auf einander folgender Tage, nebst den Zeiten der Uhr, die Mittagsverbesserung zu finden.

Hat man vier gleiche Sonnenhöhen zweyer zunächst auf einander folgender Tage, nemlich einerley Höhe Vor- und Nachmittage, und am nächst darauffolgenden Tage eben dieselbe Höhe wieder sowohl Vor- als Nachmittage genommen, und dabey allezeit die Zeiten der Uhr mit angemerkt; so läfst sich aus diesen vier Beobachtungen die Mittagsverbesserung für den ersten Tag auf folgende Weise berechnen:

I. Man nimmt an einem gewissen Tage, für welchen die Mittagsverbesserung verlangt wird, eine Sonnenhohe Vormittags, und dann ebendieselbe Nachmittags, schreibt die Zeit der Uhr bey jeder Höhe auf und darneben noch die halbe Zwischenzeit der Beobachtungen, $\frac{1}{2}$ I in Sekunden ausgedrückt: hierauf nimmt man an dem nächstfolgenden Tage ebendieselbe Sonnenhöhe Vor- und Nachmittage, und merket ebenfalls die Zeit der beyden Beobachtungen an.

II. Man subtrahirt die vormittägigen Zeiten von einander, und dann auch die nachmittägigen, allezeit die kleinere Zeit von der gröfsern.

III. Die zwey solchergestalt erhaltenen Unterschiede addirt man, und nimmt von der Summe S die Hälfte $\frac{1}{2}$ S, in Sekunden ausgedrückt.

IV. Man subtrahirt auch den kleinern Unterschied von dem gröfsern, dies giebt D und $\frac{1}{2}$ D, in Sekunden.

V. Wenn nun die Zeiten der beyden am folgenden Tage genommenen correſpondirenden Sonnenhöhen, beyde zugleich entweder dem Mittage näher liegen, oder vom Mittage weiter abſtehen, als die Zeiten welche zu eben den beyden am vorhergehenden Tage genommenen correſpondirenden Sonnenhöhen gehören; ſo wird folgende Proportion gemacht:

$$86400 : \frac{1}{2} S = \frac{1}{2} I : \text{vierten Proportionalzahl } C$$

welche die geſuchte Mittagsverbeſſerung, in Sekunden ausgedrückt, geben wird.

VI. Wenn aber eine von den Zeiten der beyden am folgenden Tage genommenen correſpondirenden Sonnenhöhen dem Mittage näher liegt, die andere hingegen vom Mittage weiter abſteht, als die ähnlichen Zeiten am vorhergehenden Tage; ſo wird folgende Proportion angeſetzt:

$$86400 : \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} I : C \text{ d. i. der geſuchten}$$

Mittagsverbeſſerung, in Sekunden.

VII. Ob die ſolchergeſtalt gefundene Mittagsverbeſſerung { additiv zum / oder / ſubtractiv vom } *unverbeſſerten Mittag* ſey, erfährt man durch folgende Regel:

Iſt die Sonne in den aufſteigenden Zeichen, ſo iſt die Mittagsverbeſſerung ſubtractiv;

Iſt die Sonne aber in den niederſteigenden Zeichen, ſo iſt die Verbeſſerung additiv.

Beyspiel I.

Sonnenhöhe.	Vormittage.	Nachmittage.	Halbe Zwischenzeit.
° ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″
d. erst. Tages 28. 0. 0.	8. 40. 57.	2. 36. 33.	2. 57. 48.
d. folg. Tages 28. 0. 0	8. 43. 10.	2. 33. 22.	$2^{St.}$ = 7200.
Unterschiede.....	0. 2. 13	0. 3. 11	57′ = 3420.
add.	0. 3. 11.	subt. 0. 2. 13.	48″ = 48.
S.....	0. 5. 24.	D.. 0. 0. 58.	$\frac{1}{2}$ I .. 10668.
$\frac{1}{2}$ S.....	0. 2. 42.	$\frac{1}{2}$ D.... 29.	
=	162.		

Da die vor- und nachmittägigen Zeiten des folgenden Tages, welche zu eben der Sonnenhohe von 28° 0′ 0″ gehören, dem Mittage näher liegen als die Zeiten des vorhergehenden Tages, so findet hier folgende Proportion statt:

$$86400 : \frac{1}{2} S = \frac{1}{2} I : C$$

d. i. $86400'' : 162'' = 10668'' : C''$

hieraus folgt $C = 20{,}003''$ die gesuchte Mittagsverbesserung des ersten Tages.

Beyspiel 2.

Sonnenhöhe.	Vormittage.	Nachmittage.	Halbe Zwischen-zeit.
° ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″
d. erst. Tages 20. 0. 0.	9. 58 31.	2. 4. 39.	2. 3. 4.
d. folg. Tag. 20. 0. 0.	10 4 16	2. 5. 22.	$2^{St.}$ .. 7200.
Unterschiede	0. 5. 45.	0. 0. 43.	3′ 180
add	0. 0. 43.	subtr. v. 0. 5. 45.	4″ 4
	S .... 0. 6. 28.	D 0. 5. 2	$\frac{1}{2}$ I .. 7384
	$\frac{1}{2}$ S .... 0. 3. 14.	$\frac{1}{2}$ D .. 0. 2. 31.	
	.... 194.	..... 151.	

Da hier die eine Zeit der Beobachtungen am folgenden Tage $10^{St.}$ 4′ 16″ dem Mittage näher ist, als die ähnliche Zeit am vorhergehenden Tage $9^{St.}$ 58′ 31″, hingegen die andere Zeit $2^{St.}$ 5′ 22″ vom Mittage weiter absteht als die ähnliche Zeit des vorigen Tages $2^{St.}$ 4′ 39″; so setzt man

$$86400 : \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} I : C$$

$$\text{oder} \quad 86400 : 151 = 7384 : C$$

Hieraus ergiebt sich $C = 12{,}9''$ welches die Verbesserung des ersten gegebenen Mittages ist.

Wenn die Beſchleunigung oder Verzögerung einer Uhr, welche Sternzeit zeigt, in einem Sterntage, und zugleich die Zeit eines wahren Mittags nach dieſer Uhr bekannt iſt; die wahren Mittage dieſer Uhr an den nächſtfolgenden Tagen, da die Sonne nicht geſehen werden konnte, durch Rechnung zu finden.

1) $\left\{\begin{array}{c}\text{Von}\\ \text{Zu}\end{array}\right\}$ dem 24ſtündlichen Unterſchiede der geraden Aufſteigung der Sonne in Zeit, $\left\{\begin{array}{c}\text{ſubtrahire}\\ \text{addire}\end{array}\right\}$ man die $\left\{\begin{array}{c}\text{Verſpätigung}\\ \text{Beſchleunigung}\end{array}\right\}$ der Uhr in einem Sterntage.

2) $\left\{\begin{array}{c}\text{Dieſen Unterſchied}\\ \text{Dieſe Summe}\end{array}\right\}$ addire man zur Zeit des wahren Mittags am erſten Tage den die Beobachtung gab; ſo kommt die Zeit heraus, welche die Uhr am nächſtfolgenden wahren Mittage weiſen muſs.

3) Dieſe Rechnung iſt ſo lange fortzuſetzen, bis es die Witterung verſtattet, den wahren Mittag an der Sonne zu beobachten, worauf durch Vergleichung der Rechnungen mit der Beobachtung der etwa eingeſchlichene Irrthum ſich zeigen wird.

Beyſpiel.

Es ſey die Verſpätigung der Uhr in einem Sterntage = 3,5″

	St.	′	″
1ſter Tag, *beobachtete* Zeit des wahren Mittags an der Sternuhr	6.	42.	41,7
Unterſchied der geraden Aufſteigung der ⊙ in 24 St. weniger 3,5″ . .	0.	4.	4,3
2ter Tag, *berechnete* Zeit des wahren Mittags an der Sternuhr	6.	46.	46,0.
Unterſchied der geraden Aufſteigung der ⊙ in 24 St. weniger 3,5″ . .	0.	4.	3,9.
3ter Tag, *berechnete* Zeit des wahren Mittags an der Sternuhr	6.	50.	49,9.
Unterſchied der geraden Aufſteigung der ⊙ in 24 St. weniger 3,5″ . .	0.	4.	3,7.
4ter Tag, *berechnete* Zeit des wahren Mittags an der Sternuhr	6.	54.	53,6.
Unterſchied der geraden Aufſteigung der ⊙ in 24 St. weniger 3,5″ . .	0.	4.	3,4.
5ter Tag, *berechnete* Zeit des wahren Mittags an der Sternuhr	6.	58.	57,0.
Unterſchied der geraden Aufſteigung der ⊙ in 24 St. weniger 3,5″ . .	0.	4.	3,0.
6ter Tag, *berechnete* Zeit des wahren Mittags an der Sternuhr	7.	3.	0,0.
An dieſem letzten Tage gab die Beobachtung den wahren Mittag der Uhr	7.	3.	0,5.
Unterſchied der Rechnung von der Beobachtung	0.	0.	0,5.

Aus dem vorhergehenden und nachfolgenden Mittage einer Sternuhr, zwischen welche die Uhrzeit einer Beobachtung fällt, die wahre und mittlere Zeit dieser Beobachtung zu finden.

1) Durch Vergleichung der Zeit der Uhr bey der Beobachtung, mit dem wahren, zunächst vorher gehenden Mittage dieser Uhr, wird der Abstand der Beobachtung vom wahren Mittage gefunden.

2) Aus der durch Vergleichung zweyer wahren Mittage der Uhr gefundenen Beschleunigung der Sternuhr in einem wahren Sonnentage berechnet man den Proportionaltheil dieser Beschleunigung für den vorhin gefundenen Abstand der Beobachtung vom wahren Mittage, durch folgende Regel Detri:

$24^{St.}$ + Beschleunigung der Uhr : Beschleunigung der Uhr = der gefundene Abstand : vierten Proportionalzahl.

3) Dieser Proportionaltheil wird von dem Abstande subtrahirt; der erhaltene Rest giebt die wahre Zeit der Beobachtung, welche alsdann vermittelst der Zeitgleichung in die mittlere Zeit verwandelt wird.

Beyspiel 1.

Am 2ten Julius 1782 ward die Culmination des Jupiter beobachtet, als die Pendeluhr wies: $17^{St.}\ 21'\ 38''$ Sternzeit; man verlangt die wahre und mittlere Zeit dieser Beobachtung zu wissen.

	St.	′	″
1) Culmination des ♃ d. 2. Jul. 1782	17.	21.	38.
Wahrer Mittag der Uhr d. 2. Jul.	6.	42.	41,7.
Abstand der Beobachtung vom wahren Mittage	10.	38.	56,3.
2) Proportionaltheil, oder Beschleunigung der Uhr während dieser Zeit	—	1.	47,9.*
3) Wahre Zeit der Beobachtung . . .	10.	37.	8,4.
Zeitgleichung	+	3.	36,1.
Mittlere Zeit der Beobachtung . .	10.	40.	44,5.

* Nemlich aus der Vergleichung der beyden auf einander folgenden wahren Mittage der Uhr am 2. und 3. Jul. erhellet, dafs die Uhr in einem wahren Sonnentage um 4′ 4,3″ zu geschwinde geht, auf folgende Art:

	St.	′	″
Wahrer Mittag der Uhr am 2. Jul. . .	6.	42.	41,7.
— — — — — 3. — . .	6.	46.	46,0.
Alfo Voreilung der Uhr in 24 wahren Sonnenstunden	0.	4.	4,3.
Dies giebt den Proportionaltheil der Beschleunigung in	10.	38.	56,3.
durch folgende Regel Detri:			

$$24^{St.} + 4' \, 4{,}3'' : 4' \, 4{,}3'' = 10^{St.} \, 38' \, 56{,}3'' : 1' \, 47{,}9''.$$

Anmerkung 1.

Diese Methode, aus gegebener Sternzeit die wahre oder mittlere Zeit einer Beobachtung zu finden, kann auch befolgt werden, *die wahre oder mittlere Zeit einer Beobachtung zu finden, wenn die Uhr Sonnenzeit zeigt*, wie folgende Beyspiele erläutern.

Beyspiel 2.

Den 4ten März 1777 ward die Culmination des Mars beobachtet, als die Uhr 2St. 27′ 32″ früh zeigte; man verlangt die wahre und die mittlere Zeit dieser Beobachtung zu wissen.

	St.	′	″
Culmination des ♂ den 3. März 1777	14.	27.	32.
Wahrer Mittag der Uhr den 3. März	0.	17.	49.
Unverbesserter Abstand der Beobachtung vom wahren Mittage	14.	9.	43.
Proportionaltheil, oder Verspätigung der Uhr während dieser Zeit . . .	+	0.	3,8. *
Wahre Zeit der Beobachtung	14.	9.	46,8.
Zeitgleichung	+	12.	0,8.
Mittlere Zeit der Beobachtung . . .	14.	21.	47,6.

Man sehe oben Seite 22 — 25.

* Aus den beyden wahren Mittagen der Uhr am 3. und 4. März ergiebt sich, daſs die Uhr in einem wahren Sonnentage um 6,5″ zurückbleibt oder zu langsam geht. Es fällt nemlich der

	Wahre Mittag der Uhr St.	′	″
den 3. März um	0.	17.	49,0.
— 4. — —	0.	17.	42,5.
Dies giebt Verzögerung oder Zurückbleiben der Uhr in 24 wahren Sonnenstunden			6,5.

Dahero wird hier dieser Verzögerung Proportionaltheil, in der Zwischenzeit von 14St. 9′ 43″, durch folgende Regel Detri erhalten:

24St. — 6,5″ : 6,5″ = 14St. 9′ 43″ : . . . .

oder 86393,5″ : 6,5″ = 50983″ : 3,8″.

Anmerkung 2.

Aus der Berechnung des Proportionaltheils in diesem und vorigen Beyspiele, verglichen mit obiger Anweisung, Seite 22 — 25, erhellet, daſs dieser Proportionaltheil $\left\{ \begin{matrix} 3{,}8'' \\ \text{oder} \\ 1'\ 47{,}9'' \end{matrix} \right\}$ aus der Proportion a. a. O.

$$U : W = T : Z$$

ſich folgendergeſtalt ergiebt

1) Für gegenwärtiges Beyſpiel der Culmination des ♂:

$U : W - U = T : Z - T$ den Proportionaltheil.

Folglich $$T + (Z - T) = Z$$

2) Für das vorhergehende Beyſpiel der Culmination des ♃:

$U : U - W = T : T - Z$ den Proportionaltheil.

Alſo $$T - (T - Z) = Z$$

Obiger Regeln Seite 19 bis 29. kann man ſich daher auch bedienen, die wahre oder mittlere Zeit einer Beobachtung zu finden, wenn die Uhr Sternzeit zeigt.

Auch läſst ſich auf dieſe Art die Sternzeit einer Beobachtung beſtimmen, wenn man nemlich nur in der zweyten Columne welche W giebt, Sternzeit im wahren Mittage d. i. gerade Aufſteigung der Sonne in Zeit zu Mittage, anſtatt der daſelbſt gebrauchten wahren oder mittlern Zeit im wahren Mittage, ſetzt.

Beyspiel 3.

Zeit der Uhr Mittags d. 8. Jan.	Abweichung der Uhr von der wahren Zeit	
$0^{U.}\ 7'\ 6''$	$7'\ 6''$	
Beobachtete Immersion des 1sten ♃trabanten den 8. Jan. 7. 6. 18.	... ergiebt sich durch nachf. Rechn. 7′ 22″. um wie viel nemlich zur Zeit der beobachteten Immersion die Voreilung der Uhr beträgt, d. i. $7'\ 6'' + 16'' = 7'\ 22''$	Dies giebt ebenfalls die gesuchte wahre Zeit der Beobachtung $= 7^{St.}\ 6'\ 18''$ $-\ 7'\ 22''$ $= 6.\ 58.\ 56.$
Zeit der Uhr Mittags d. 9. Jan. 0. 8. 2.	8. 2.	

7. 6. 18 — 0. 7. 6. T = 6. 59. 12. Unverbesserter Abstand der Beobachtung vom wahren Mittage.	Unterschied ... 0. 56. = U – W das will so viel sagen: die Uhr eilet in 24 wahren Sonnenstunden um 56″ vor. Daraus findet sich der Proportionaltheil dieser Voreilung, 16″, durch folgende Regel Detri:	$U : U - W = T : T - Z$ d. i. $24^{St.}\ 0'\ 56'' : 56''$ $= 6^{St.}\ 59'\ 12'' : 16''$. Folglich $T - (T - Z) = Z$ d. i. $6^{St.}\ 59'\ 12'' - 16''$ $= 6^{St.}\ 58'\ 56''$ wahre Zeit der Beobachtung.

Anmerkung 3.

Weicht der Uhrtag nicht ſehr vom wahren Sonnentage ab, ſo kann man in dem erſten Gliede der Proportionen

$$U : W - U = T : Z - T$$

und $$U : U - W = T : T - Z$$

W d. i. $24^{St.}$ anſtatt U ſetzen, und demnach allezeit folgende Proportionen berechnen:

$$24^{St.} : W - U = T : Z - T;\ T + (Z - T) = Z;$$

und $$24^{St.} : U - W = T : T - Z;\ T - (T - Z) = Z.$$

der Werth von Z wird dann faſt eben ſo richtig erhalten werden.

Hiernach würde die Rechnung der drey vorhergehenden Beyſpiele ſo angeordnet werden:

Beyspiel 1.

Zeit der Uhr im wahren Mittage d. 2. Julius. St. ′ ″ 6. 42. 41,7	Abweichung der Uhr von der wahren Zeit. St. ′ ″ 6. 42. 41,7.
Culmination des Jupiter. 17. 21. 38,0.	. . . . . $6^{St.}$ 44′ 30,1″ d. i. $6^{St.}$ 42′ 41,7″ + 1. 48,4. St. ′ ″ 17. 21. 38,0. −6. 44. 30,1. 10. 37. 7,9.
Zeit der Uhr im wahren Mittage d. 3. Julius. 6. 46 46,0.	6. 46. 46,0.
Von 17. 21. 38,0. subtr. 6. 42. 41,7 T = 10. 38. 56,3 Unverbesserter Abstand der Beobachtung vom wahren Mittage.	Unterschied . . . 4. 4,3 = U − W d. h. die Uhr eilte in einem wahren Sonnentage um 4′ 4,3″ vor.

Daher setzt man:

$$24^{St.} : U - W = T : T - Z$$

d. i. $24^{St.} : 4' \; 4{,}3'' = 10^{St.} \; 38' \; 56{,}3'' : T - Z$

oder $86400'' : 244{,}3'' = 38336{,}3'' : T - Z$

Hieraus ergiebt sich

$$T - Z = 1' \; 48{,}4''$$

Folglich

$$T - (T - Z) = 10^{St.} \; 37' \; 7{,}9'' = Z$$

Die genauere Rechnung gab . . . . 10. 37. 8,4. Seite 74.

Unterschied beyder Rechnungen . . 0,5.

Beyſpiel 2.

Zeit der Uhr Mittags den 3. März	Abweichung der Uhr von der wahren Zeit.
St. ′ ″	′ ″
0. 17. 49.	17. 49.
Mars culminirte den 3. März in Zeit der Uhr	
14. 27. 32.	. . . . 17′ 45,5″
Zeit der Uhr Mittags den 4. März	
0. 17. 42,5.	17. 42,5.
Von 14. 27. 32.	Unterſchied . . 0. 6,5. = W — U
ſubtr. 0. 17. 49.	d. h. die Uhr gieng in 24 wahren Sonnenſtunden um 6,5″ zu langſam.
T . . 14. 9. 43. Unverbeſſerter Abſtand der Beobachtung vom wahren Mittage.	

Proportion.

$$24^{St.} : W - U = T : Z - T$$

$$T + (Z - T) = Z$$

d. i. $24^{St.} : 6{,}5'' = 14^{St.}\ 9'\ 43'' : Z - T$

$$Z - T = 3{,}5''$$

$$T + (Z - T) = 14^{St.}\ 9'\ 43'' + 3{,}5''$$

oder $Z = 14^{St.}\ 9'\ 46{,}5''$

Schärfere Rechnung . . . 14. 9. 46,8. Seite 75.

Unterſchied beyd. Rechnungsarten 0,3.

Beyſpiel 3.

	St.	′	″
Immerſion des 1ſten Jupit. trabant. den 8. Jan.	7.	6.	18.
Wahrer Mittag der Uhr, den 8. Jan. .	0	7.	6.
Unverbeſſerter Abſtand der Beobachtung vom wahren Mittage	6.	59.	12.
Proportionaltheil der Beſchleunigung der Uhr		—	16.
Wahre Zeit der Beobachtung	6.	58.	56.
	wie Seite 77.		

Nemlich $24^{St.} : U - W = T : T - Z$

das iſt $86400'' : 56'' = 25152'' : 16''$

Anmerkung 4.

Wenn eine Uhr Sternzeit weiſen ſoll, ſo wird ſie ſo geſtellt, daſs während der Zeit, da ein gewiſſer Fixſtern, deſſen Bewegung vom Meridian aus betrachtet wird, wieder im Meridian zu ſtehen kommt. der Weiſer $24^{St.}\ 0'\ 0''$ zurücklegt, welche Zeit um $3'\ 55{,}908''$ kürzer als ein mittlerer Sonnentag iſt; um aber abſolute Sternzeit zu erhalten, werden die Weiſer an der Uhr ſo gerichtet, daſs ſie die wahre gerade Aufſteigung der Sonne in Zeit angeben, wenn der Mittelpunkt der Sonne ſich im Mittagskreiſe befindet.

Eine gegebene Sternzeit in mittlere, oder wahre Sonnenzeit, und umgekehrt, zu verwandeln, dienen des Freyherrn *von Zach* „Aſtronomiſche Tafeln der mittlern Abſtände der Sonne in Zeit vom erſten Punkt der

Frühlings Tag- und Nacht-Gleichen und ihrer mittlern Bewegungen für Monate und Tage zur Verwandlung der Sternzeit in mittlere Sonnenzeit und umgekehrt. Auf den Mittagskreis der Seeberger Sternwarte berechnet. Als Manufcript für Freunde gedruckt, 1799." 8$^{vo.}$ welche auch H. P. Voigts Lehrbuch einer populären Sternkunde, Seite 432 — 445. einverleibt worden find.

II.

Breitenbestimmungen.

Berechnung der Beobachtungen der Polhöhe aus Mittagshöhen der Sonne in der schiefen nördlichen Halbkugel der Erde.

1) Man sucht aus astronomischen Ephemeriden die Abweichung der Sonne $= \pm \delta \begin{Bmatrix} + \text{Nö.} \\ - \text{Sü.} \end{Bmatrix}$ für den Mittag des Beobachtungsortes, und schliesst hieraus auf den Abstand der Sonne vom Südpol, gegen welchen nemlich der Beobachter bey der Höhenmessung gerichtet war, $= 90° \pm \delta$.

2) Hierauf findet man aus der beobachteten Höhe die wahre Sonnenhöhe $= \eta$, durch Verbesserung ersterer wegen der Strahlenbrechung, des Halbmessers der Sonne und ihrer Parallaxe.

3) Der Unterschied zwischen dieser wahren Höhe der Sonne, und ihrem Abstande vom Südpole, $= (90° \pm \delta) - \eta$ giebt die gesuchte nördliche Breite des Beobachtungsortes $= \varepsilon$. Denn es ist die Aequatorhöhe, $90° - \varepsilon = \eta - \delta$ bey Nö. Abw. der Sonne,

und $= \eta + \delta$ bey Sü. — — —

Folglich $(90° \pm \delta) - \eta = \varepsilon$

oder auch $(90° - \eta) \pm \delta = \varepsilon$

wo das obere Zeichen für Nördliche Abweichungen der Sonne, und das untere für Südliche gilt.

Beyſpiel einer gemeſſenen Mittagshöhe der Sonne zu Leipzig.

Am 16. Jul. 1797 fand ich auf hieſiger Sternwarte mit dem Hadleyiſchen Spiegelſextanten und einem künſtlichen Glashorizont des Freyherrn von Zach, die doppelte Mittagshöhe des untern Sonnenrandes = 119° 35′ 50″, den Error Indicis des Inſtruments = − 13′ 30″, das Thermometer zeigte 84° Fahr. und das Barometer 27°. Man verlangt hieraus die Polhöhe des Leipziger *Obſervatorii* = ε.

Rechnung.

	°	′	″	
δ =	21.	17.	21.	Nö.
+	90.	0.	0.	
90° + δ =	111.	17.	21.	

	°	′	″
	119.	35.	50.
		− 13.	30.
	119.	22.	20.
Hälfte	59.	41.	10.
Strahlenbrechung		−	31.
	59	40.	39.
Sonnenparallaxe		+	4.
	59	40	43.
Sonnenhalbmeſſer		+15.	47.
η . .	59.	56	30.
90° + δ . .	111.	17	21.
ε . .	51.	20.	51.

Wenn die Zeit der Uhr im wahren Mittage bekannt ist, aus Sonnenhöhen die nahe am Mittag genommen worden ſind, die Polhöhe abzuleiten.

Beyſpiel.

Auf hieſiger Sternwarte fand ich am 15. Jul. 1797 aus übereinſtimmenden Sonnenhöhen die Zeit der Pendeluhr im wahren Mittage $1^{St.}\ 53'\ 56''$; Einige Minuten vor und nach dieſem wahren Mittage beobachtete ich mit dem Spiegelſextanten von Troughton und einem Glashorizont, doppelte Höhen des untern Sonnenrandes, und fand drey ſolche Höhen nebſt den Zeiten welche die Uhr zeigte, wie folget:

	°	'	"	Zeit d. Uhr St. ' "	Unterschied vom Mittag St. ' "		Quadrate dieser Unterschiede
Erste Höhe . . .	119.	55.	0.	1. 51 36.	0. 2. 20.	= 2,333'	 5,443
Zweyte — . . .	119.	53.	10.	1. 59. 14.	0. 5. 18.	= 5,300.	. . . . . 28,090.
Dritte — . . .	119.	50.	0.	2. 2. 27.	0. 8. 31.	= 8,517.	. . . . . 72,539.
Summe . . .	359.	38.	10.			Summe	106,072.
Divid. durch 3, od. Mittel	119.	52.	43,3.			Dividirt durch 3, oder Mittel	$35,357 = n^2$
Indexfehler	—	13.	30,0.				
Rest . . .	119	39	13,3.				
Hälfte	59.	49.	36,6.	Mittlere Sonnenhöhe.			
	21.	27.	0,0.	Abweichung der Sonne, Nördlich.			
	68.	33.	0,0.	Abstand der Sonne vom Nordpol.			

Aus diesen Angaben wird nun die Breite vermittelst der Tafel IV des Unterschiedes zwischen der Mittagshöhe der Sonne und einer um 1′ vor oder nach ihrem Durchgange durch den Mittagskreis beobachteten Höhe derselben, folgendergestalt berechnet.

1) Man sucht darin diejenige Verbesserung auf, welche der gegebenen Polardistanz 68° 33′ oder 68,55°; der vorläufig bekannten Breite 51° 21′ oder 51,3° und einer seit dem Mittage verflossenen Zeitminute zugehört; sie wird hier 2,28″ seyn.

2) Nunmehro werden diejenigen Verbesserungen gesucht, welche den oben angegebenen Zeitunterschieden der Beobachtungen vom Mittage 2′ 20″, 5′ 18″, 8′ 31″ zugehören. Da bey sehr kleinen Abständen vom Mittagskreis die Unterschiede zwischen der Mittagshöhe und den nicht weit davon entfernten Höhen, sehr nahe den Quadraten der vor oder nach dem Mittage verflossenen Zeiten proportional sind: so erhält man die Verbesserung welche einem gegebenen Zeitraume zukommt, wenn man die durch die *Tafel des Unterschiedes* . . . gefundene Verbesserung 2,28″ mit dem Quadrate dieser Zeit in Minuten ausgedrückt, multiplizirt. Solchergestalt wird die Correction 2,28″ mit dem schon oben angezeigten Mittel aus den Quadraten der Unterschiede vom Mittage d. i. mit 35,357 multiplizirt, das Produkt 1′ 20,6″ ist die *mittlere Verbesserung*, welche zur oben gefundenen mittlern Sonnenhöhe 59° 49′ 36,6″ addirt, die verbesserte Mittagshöhe der Sonne giebt: Nemlich

Mittlere Sonnenhöhe . . .	59° 49′ 36,6″
add.	1. 20,6.
Verbesserte Mittagshöhe . .	59. 50. 57,2.

3) Nun ist nichts weiter übrig, als die Breite aus dieser verbesserten Mittagshöhe auf die Art zu berechnen, wie bereits oben Seite 85 und 86 gelehrt worden ist.

Folgendes Schema ſtellt die ganze Rechnung im Zuſammenhange dar.

	St.	′	″	
Mittag der Uhr	1.	53.	56.	
Vorläufig bekannte Polhöhe	51°	21.	0.	oder 51,3°
Abweichung der Sonne, zu Mittage	21.	27.	14.	Nördlich.
Abſtand der Sonne vom Nordpol	68.	32.	46.	oder 68,55°
Abſtand der Sonne vom Südpol	111.	27.	14.	$= 90° + \delta$

	° ′ ″	Zeit d. Uhr St. ′ ″	Unterſchied vom Mittag St. ′ ″	Quadrate dieſer Unterſchiede in Minuten
Erſte Höhe . . .	119. 55. 0.	1. 51. 36.	0. 2. 20. od. 2,333′	. . . . 5,443.
Zweyte — . . .	119 53. 10.	1. 59. 14.	0. 5. 18. — 5,300.	. . . . 28,090.
Dritte — . . .	119 50 0.	2. 2. 27	0. 8. 31. — 8,517.	. . . . 72,539.
Summe . .	359 38. 10.			Summe 106,072.

Drittheil, oder Mittel . . 119. 52. 43,3.
Irrthum des Zeigers . . . . — 13 30,0.

Reſt . . . 119 39. 13,3.

Hälfte . . . . 59. 49. 36,6. Mittlere Sonnenhöhe.
\+ 1. 20,6. Mittlere Verbeſſerung.

Drittheil, oder Mittel. . . . 35,357 = n^2
multiplizirt mit der Correction 2,28″
Produkt 1′ 20,6″ Mittlere Verbeſſerung.

Verbeſſerte Mittagshöhe . . . 59 50. 57.
Strahlenbrechung . . . . . . — 31.

Reſt . . . 59. 50. 26.
Sonnenparallaxe . . . . + 4.

Summe . . . 59. 50. 30.
Sonnenhalbmeſſer . . . . + 15 47.

60. 6 17. Wahre Mittagshöhe der Sonne.

η . . . . 60. 6 17.
$90° + \delta$ . . . . . 111. 27 14.

ε . . . . 51. 20. 57. Die geſuchte Polhöhe.

Anmerkung.

Folgende drey Formeln dienen die mittlere Verbesserung oder die Höhenänderung $\Delta\eta$ in Sekunden, zur Zeit des Mittags für jeden kleinen Stundenwinkel t in Bogen, oder n in Zeit, wobey die Breite ε und Abweichung $\delta \left\{\begin{matrix}\text{Nö.} +\\ \text{Sü.} -\end{matrix}\right\}$ nur bis auf einige Minuten bekannt seyn darf, unmittelbar zu berechnen.

Formel 1. . . . $\Delta\eta = \dfrac{1,96345 \cdot \text{Cos}\,\varepsilon \cdot \text{Cos}\,\delta \cdot n^2}{\text{Sin}\,(\varepsilon - \delta) \cdot \text{Sin. Tot.}}$

Formel 2. . . . $\Delta\eta = \dfrac{2 \cdot \text{Sin}^2 \frac{1}{2} t \cdot \text{Cosin}\,\varepsilon \cdot \text{Cosin}\,\delta}{\text{Sin}\,(\varepsilon-\delta) \cdot \text{Sin}\,1'' \cdot (\text{Sin. Tot.})^2}$

Formel 3. . . . $\Delta\eta = \dfrac{\text{Sin vers}\,t}{(\text{Tang}\,\varepsilon - \text{Tang}\,\delta) \cdot \text{Sin}\,1''}$

Mittelst dieser Formeln wird das vorhergehende Beyspiel also berechnet:

Nach Formel 1.

$n^2 = 35,357$ Seite 88 oder 91; log. n^2 = 1,5484754
log. 1,96345 = 0,2930199
ε = 51° 21′ . . . . log. Cosin ε = 9,7955751
δ = + 21. 27. . . . . log. Cosin δ = 9,9688270

Summe = 21,6058974
$\varepsilon - \delta$ = 29. 54. . . 10 + log. Sin $(\varepsilon - \delta)$ = 19,6976545

log. $\Delta\eta$ = 1,9082429
$\Delta\eta$ = 80,95485″
= 1′ 20,9″
Mittlere Verbesserung.

Nach Formel 2.

$n^2 = 35,357$ Seite 88 oder 91.

Hieraus $n = 5,94'$
$= 5'\ 56,4''$ Zeit

$$
\begin{array}{rlll}
5' = & 1^\circ & 15' & 0'' \\
56'' = & 0. & 14. & 0. \\
0,4'' = & 0. & 0. & 6. \\
\hline
t = & 1. & 29. & 6. \\
\frac{1}{2}t = & 0. & 44. & 33.
\end{array}
$$

$$
\left.
\begin{array}{rl}
\text{Log. } 2 = & 0,3010300 \\
\text{log. Sin } \frac{1}{2}t = & 8,1125617 \\
\text{log. Sin } \frac{1}{2}t = & 8,1125617
\end{array}
\right\} = \text{log. Sin vers } t
$$

$$
\begin{array}{rl}
\text{log. Cosin } \varepsilon = & 9,7955751 \\
\text{log. Cosin } \delta = & 9,9688270 \\
\hline
\text{Summe} = & 36,2905555 \\
20 + \text{log. Sin } (\varepsilon - \delta) = & 29,6976545 \\
\hline
\text{Rest} = & 6,5929010 \\
\text{log. Sin } 1'' = & 4,6855749 \\
\hline
\text{log. } \Delta\eta = & 1,9073261 \\
\Delta\eta = & 80,7841'' \\
= & 1'\ 20,8''
\end{array}
$$

Mittlere Verbesserung.

Nach Formel 3.

$$\mathrm{Tang}\ \varepsilon = 1{,}2504388$$
$$\mathrm{Tang}\ \delta = 0{,}3929028$$
$$\mathrm{Tang}\ \varepsilon - \mathrm{Tang}\ \delta = 0{,}8575360; \quad \log.\ 0{,}857536 = 9{,}9332524 - 10$$
$$\log.\ \mathrm{Sin}\ 1'' = 4{,}6855749$$
$$\mathrm{Summe} = 4{,}6188273$$
$$\log.\ \mathrm{Sin\ vers}\ t = 6{,}5261534$$
$$\log.\ \Delta\eta = 1{,}9073261$$
$$\Delta\eta = 80{,}8''$$
$$= 1'\ 20{,}8''$$

Die mittlere Verbesserung.

Aus zwey Sonnenhöhen, wovon die eine nahe am Mittage, und die andere einige Stunden vor- oder nachher genommen worden ist, die Breite zu berechnen.

Beyspiel 1.

Wahre Höhen des Mittelpunkts der Sonne.				Die aus dem Gange der Uhr berichtigte Zwischenzeit der Beobachtungen.		
	°	′	″	St.	′	″
Entfernte Höhe	26.	33.	21,0	2.	35.	46,5.
Nahe Höhe	36.	41.	11,8			

$2^{St.} = 30°\ 0'\ 0''$
$35' = 8.\ 45.\ 0.$
$46'' = 0.\ 11.\ 30.$
$0{,}5'' = 0.\ 0.\ 7{,}5.$

Zwischenzeit in Bogen = 38. 56. 37,5.
Abweichung der Sonne, für den in die Mitte der beyden Beobachtungen fallend. Zeitpunkt = 2. 14. 9,0. Südlich.
Hieraus: Abstand der Sonne vom Nordpol . . . . = 92. 14. 9,0.
Annahme der Breite . . . . = 51. 0. 50,0.

Hieraus berechnet man die Breite nach folgenden

Regeln.

I. Man berechnet den Stundenwinkel t der vom Mittage entfernten Beobachtung für die angenommene Breite ε.

II. Nun nimmt man den Unterschied zwischen der schon berechneten *Zwischenzeit in Bogen* und diesem

ſo eben gefundenen Stundenwinkel, und erhält dadurch, für die angenommene Breite, den Stundenwinkel τ der dem Mittage nahe liegenden Beobachtung.

III. Mit Hülfe dieſes zweyten Stundenwinkels τ, der dazu gehörigen Sonnenhöhe η, ihres Polarabſtandes $90° - \delta$, und der angenommenen Breite ε berechnet man nunmehro die wahre Mittagshöhe H des Mittelpunkts der Sonne, mittelſt folgender zwey Gleichungen:

$$\text{I.)}\ \text{Sin}\, u = 2 \cdot \text{Sin}\frac{1}{2}\tau \cdot \text{Sin}\frac{1}{2}\tau \cdot \text{Cos}\,\varepsilon \cdot \text{Sin}(90° - \delta).$$

$$\text{II.)}\ \text{Sin}\, H = 2 \cdot \text{Sin}\frac{1}{2}(\eta + u) \cdot \text{Coſin}\frac{1}{2}(\eta - u).$$

IV. Aus dieſer Höhe H und der Abweichung der Sonne für den Mittag des Beobachtungsortes findet ſich endlich die geſuchte Breite ε.

V. Um genauer zu verfahren, gebrauche man in den vorhergehenden Rechnungen die Abweichung der Sonne oder ihren Polarabſtand, nicht für den in die Mitte der beyden Beobachtungen fallenden Zeitpunkt, ſondern für jede Beobachtung beſonders.

Rechnung für den Stundenwinkel der vom Mittage entfernten Beobachtung.

Man nimmt die Polardiſtanz zur Zeit der vom Mittag entfernten Beobachtung; ich ſetze ſelbige hier an $92° 14' 9''$; hiezu die beobachtete wahre Höhe h des Mittelpunkts der Sonne $26° 33' 21''$, und berechnet für die angenommene Breite ε, welche hier $51° 0' 50''$ ſeyn ſoll, den Stundenwinkel t nach den bereits

(Seite 3) vorgetragenen Methoden, wie folgendes Schema der Rechnung zeigt.

Annahme der Breite $\varepsilon = 51° 0' 50''$.

	°	'	''		
Sonnenhöhe h . . .	26.	33.	21.		
Breite ε	51.	0.	50.	Compl. Cos.	0,2012582
Polardiſtanz 90°−δ	92.	14.	9.	Compl. Sin.	0,0003307
Summe	169.	48.	20.		
Hälfte	84.	54.	10.	. . . . . Cos.	8,9486379
Hälfte—Sonnenh.	58.	20.	49.	. . . . Sin.	9,9300527
				Summe	19,0802795
				Hälfte	9,5401397

Dieſe iſt log. Sin. halb. Stundenwinkel . . 20° 17′ 41″

Stundenwinkel t. . . . 40. 35. 22.

Rechnung für den Stundenwinkel τ der dem Mittagskreiſe nahen Beobachtung.

	°	'	''
Stundenwinkel der vom Mittag entfernten Beobachtung t	40.	35.	22.
Zwiſchenzeit in Bogen	38.	56.	37,5.
Stundenwinkel der dem Mittage nahen Beobachtung τ	1.	38.	44,5.

Rechnung für die Mittagshöhe H *aus dem Stundenwinkel* τ *der dem Mittage nahen Beobachtung, der dazu gehörigen Sonnenhöhe* η, *und dem dazu gehörigen Polarabstande der Sonne* $90° - \delta$.

$\frac{1}{2}\tau = 0° 49' 22''$

Log. $2 = 0,3010300$

log. Sin. $\frac{1}{2}\tau = 8,1571450$

log. Sin. $\frac{1}{2}\tau = 8,1571450$

log. Cosin $\varepsilon = 9,7987418$

log. Sin. $(90° - \delta) = 9,9996693$

log. Sin. u $= 6,4137311$

u $= 0° 0' 53,5''$

oder $6,4137311$

$+ 5,3144251$

log. u $= 1,7281562$

u $= 53,475''$

$= 53,5.$

$\eta = 36° 41' 11,8''$

u $= 0. 0. 53,5.$

$\eta + u = 36. 42. 5,3.$

$\frac{\eta + u}{2} = 18. 21. 3.$

$\eta - u = 36. 40. 18,3.$

$\frac{\eta - u}{2} = 18. 20. 9.$

Log. $2 = 0,3010300$

log. Sin. $\frac{1}{2}(\eta + u) = 9,4980826$

log. Cos. $\frac{1}{2}(\eta - u) = 9,9773710$

log. Sin. H $= 9,7764836$

H $= 36° 42' 19''$

subtr. von $87. 43. 4.$

$\varepsilon = 51. 0 45.$

Die verlangte Polhöhe.

$\delta = 2° 16' 56''$ Sü. Mittags.

subtr. von $90. 0. 0.$

$87. 43. 4.$ Abstand der Sonne vom Südpol.

Beyſpiel 2.

Wahre Höhen des Mittelpunkts der Sonne.	Zwiſchenzeit der Beobachtungen.
° ′ ″	St. ′ ″
Entfernte Höhe 27. 27. 37.	2. 51. 2.
Nahe Höhe . . 38. 11. 28.	
	2 St. = 30° 0′ 0″
	51′ = 12. 45. 0.
	2″ = 0. 0. 30.

Zwiſchenzeit in Bogen = 42. 45. 30.
Abweichung der Sonne = 0. 47. 38. Sü.
Abſtand der Sonne vom Nordpol = 90. 47. 38.
Vorausgeſetzte Breite = 50. 53. 0.

	° ′ ″	
h . . .	27. 27. 37.	
ε . . .	50. 53. 0. .	Compl. Cos. 0,2000384
$90° - \delta$	90. 47. 38. .	Compl. Sin. 0,0000417
Summe	169. 8. 15.	
Hälfte	84. 34. 7	Coſin. 8,9761376
Hälfte − h	57. 6. 30	Sin. 9,9241236
	Summe	19,1003413
	Hälfte . .	9,5501706
	Dieſe iſt log. Sin. $\frac{1}{2}$ t . .	20° 47′ 26″
	t . .	41. 34. 52.
	Zwiſchenzeit . .	42. 45. 30.
	τ . .	1. 10. 38.
	$\frac{1}{2}$ τ . .	0. 35. 19.

$$\text{Log. } 2 = 0{,}3010300$$
$$\text{log. Sin. } \frac{1}{2}\tau = 8{,}0116982$$
$$\text{log. Sin. } \frac{1}{2}\tau = 8{,}0116982$$
$$\text{log. Cosin } \varepsilon = 9{,}7999616$$
$$\text{log. Cosin } \delta = 9{,}9999583$$
$$\text{log. Sin. u} = 6{,}1243463 \qquad \text{oder } 6{,}1243463$$
$$\text{u} = 0^\circ\, 0'\, 27{,}5'' \qquad + 5{,}3144251$$
$$\text{log. u} = 1{,}4387714$$
$$\text{u} = 27{,}465''$$
$$= 27{,}5.$$

$$\eta = 38^\circ\ 11'\ 28''$$
$$\text{u} = 0.\ 0.\ 27{,}5.$$
$$\eta + \text{u} = 38.\ 11.\ 55{,}5.$$
$$\frac{\eta + \text{u}}{2} = 19.\ 5.\ 58.$$
$$\eta - \text{u} = 38.\ 11.\ 0{,}5.$$
$$\frac{\eta - \text{u}}{2} = 19.\ 5.\ 30.$$

$$\text{Log. } 2 = 0{,}3010300$$
$$\text{log. Sin. } \frac{\eta + \text{u}}{2} = 9{,}5148249$$
$$\text{log. Sin. } \frac{\eta - \text{u}}{2} = 9{,}9754302$$
$$\text{log. Sin. H} = 9{,}7912851$$

H = 38° 12′ 4″	δ = 0° 49′ 1″ Sü. zu Mittage.
ſubtr. von . . . 89. 10. 59.	ſubtr. von 90. 0. 0.
ε = 50. 58. 55.	89. 10. 59. Abſtand
Die geſuchte Polhöhe.	der Sonne vom Südpol.

Ein anderes Verfahren.

I. Man berechnet ... $\text{Sin}\, x = \frac{\text{Sin}\, \eta - \text{Sin}\, h}{2.\ \text{Cos}\, \varepsilon.\ \text{Cos}\, \delta.\ \text{Sin} \frac{1}{2} I}$ oder

$$= \frac{\text{Cos}\left(\frac{\eta + h}{2}\right).\ \text{Sin}\left(\frac{\eta - h}{2}\right)}{\text{Cos}\, \varepsilon.\ \text{Cos}\, \delta.\ \text{Sin}\, \frac{1}{2} I}$$

Bey Berechnung des letzten Ausdrucks bedient man ſich der Logarithmen, der erſte aber dient, wenn man von den natürlichen Sinuſſen Gebrauch machen will. Uebrigens bedeutet hier x den mittlern Stundenwinkel zwiſchen dem gröſsten t und kleinſten Stundenwinkel τ, d. i. $\frac{t + \tau}{2}$ wenn die Zwiſchenzeit der Beobachtungen $t - \tau$ iſt; oder $\frac{t - \tau}{2}$ wenn dieſe Zwiſchenzeit $t + \tau$ iſt.

Hat man x gefunden, ſo ergiebt ſich hieraus ſehr leicht in Bogen der gröſste Stundenwinkel t, oder auch der kleinſte τ.

(Nemlich ſo: $x = \frac{t \pm \tau}{2}$ in Bogen

Zwiſchenzeit $I = t \mp \tau$ ebenfalls in Bogen ausgedrückt

alſo $\frac{I}{2} = \frac{t \mp \tau}{2}$

dahero $x + \frac{I}{2} = \frac{t}{2} \pm \frac{\tau}{2} + \frac{t}{2} \mp \frac{\tau}{2}$

$= t$ in Bogen.

Ferner $x = \frac{t+\tau}{2}$ in Bogen

$$\frac{1}{2} = \frac{t \mp \tau}{2}$$

folglich $x - \frac{1}{2} = \frac{t}{2} \pm \frac{\tau}{2} - \frac{t}{2} \pm \frac{\tau}{2}$

$= \pm \tau$ in Bogen.

Kommt τ negativ, so ist $\frac{1}{2} - x = \tau$.

Man nimmt also:)

II. . . . *Entweder* $t = x + \frac{1}{2}$ in Bogen.

Oder $\tau = x \backsim \frac{1}{2}$ in Bogen.

III. *In jenem Falle* berechnet man . . . .

$\text{Sin. } z = \text{Sin. vers } t.\ \text{Cosin } \delta.\ \text{Cosin } \varepsilon$ oder

$= 2 . \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} t.\ \text{Cosin } \delta.\ \text{Cosin } \varepsilon$ und

in diesem $\text{Sin. } u = \text{Sin. vers } \tau.\ \text{Cosin } \delta.\ \text{Cosin } \varepsilon$ oder

$= 2 . \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} \tau.\ \text{Cosin } \delta.\ \text{Cosin } \varepsilon.$

IV. Endlich addirt man . . *Entweder* Sin. z zu Sin. h
Oder Sin. u zu Sin. η

so giebt *in beyden Fällen* die Summe den Sinus der Mittagshöhe der Sonne H, woraus man auf die gewöhnliche Art die Breite findet. Für die Logarithmische Rechnung gebraucht man statt

$\text{Sin. } z + \text{Sin. } h = \text{Sin. } H$ und

$\text{Sin. } u + \text{Sin. } \eta = \text{Sin. } H$

folgende gleichgültige Werthe: . . . .

Entweder $\text{Sin. } H = 2 . \text{Sin.} \frac{1}{2}(z+h).\ \text{Cosin.} \frac{1}{2}(z \backsim h)$

Oder $\text{Sin. } H = 2 . \text{Sin.} \frac{1}{2}(u+\eta).\ \text{Cosin.} \frac{1}{2}(u \backsim \eta).$

Nach dieser Methode werden die vorigen zwey Beyspiele also berechnet:

Rechnung zu Beyspiel 1.

$\eta = 36° 41' 12''$
$h = 26. 33. 21.$
$\varepsilon = 51. 0. 50.$ . . . Compl. Cosin. 0,2012582
$\delta = - 2. 14. 9.$ . . . Compl. Cosin. 0,0003307
$\frac{1}{2} l = 19 28. 19$ . . . Compl. Sin. 0,4771057
$\frac{1}{2}(\eta + h) = 31. 37. 16.$ . . . . Cosin. 9,9302019
$\frac{1}{2}(\eta - h) = 5. 3. 55.$ . . . . Sin. 8,9459148

log. Sin. $x =$ 9,5548113
$x = 21° 1' 28''$
$\frac{1}{2} l = 19. 28. 19.$

Entweder $\frac{1}{2} t = 20. 14. 53.$ . . . . . $t = 40. 29. 47.$
Oder $\frac{1}{2} \tau = 0. 46. 34.$ . . . . $\tau = 1. 33. 9.$

Entweder:

Log. 2 = 0,3010300
log. Sin. $\frac{1}{2} t$ = 9,5391830
log. Sin. $\frac{1}{2} t$ = 9,5391830
log. Cosin. δ = 9,9996693
log. Cosin. ε = 9,7987418

log. Sin. z = 9,1778071
$z = 8° 39' 41''$
$h = 26. 33. 21.$

$z + h = 35. 13. 2.$
$h - z = 17. 53. 40.$ log. 2 = 0,3010300
$\frac{1}{2}(z + h) = 17. 36. 31.$ . . . . Sin. 9,4807442
$\frac{1}{2}(h - z) = 8. 56. 50.$ . . . . . Cosin. 9,9946831

log. Sin. H = 9,7764573
$H = 36° 42' 10''$
subtr. von . . 87. 43. 4.

$\varepsilon = 51. 0. 54.$

Oder:

Log. 2 = 0,3010300
log. Sin. $\frac{1}{2}\tau$ = 8,1318657
log. Sin. $\frac{1}{2}\tau$ = 8,1318657
log. Cosin δ = 9,9996693
log. Cosin ε = 9,7987418
log. Sin. u = 6,3631725
u = 0° 0′ 47,6″
η = 36. 41. 12,0.
u + η = 36. 41. 59,6.
η − u = 36. 40. 24,4.

Oder auch 6,3631725
+ 5,3144251
log. u = 1,6775976
u = 47,599″
= 0° 0′ 47,6″

Log. 2 = 0,3010300
$\frac{1}{2}(u+\eta)$ = 18. 21. 0,0. . . Sin. 9,4980635
$\frac{1}{2}(\eta-u)$ = 18. 20. 12,0. . . Cosin. 9,9773689
log. Sin. H = 9,7764624
H = 36 42′ 12″
subtr. von . . 87. 43. 4.
ε = 51. 0. 52.
Vorhin . . . 51. 0. 54. Seite 103
Oben . . . . 51. 0. 45. − 98
Mittel . . . . 51. 0. 50.

Rechnung zu Beyspiel 2.

η = 38° 11′ 28″
h = 27. 27. 37.
ε = 50. 53. 0. . . . Compl. Cosin. 0,2000384
δ = − 0. 47. 38. . . . Compl. Cosin. 0,0000417
$\frac{1}{2}$I = 21. 22. 45. . . . . Compl. Sin. 0,4382569
$\frac{1}{2}(\eta+h)$ = 32. 49. 32. . . . . Cosin. 9,9244472
$\frac{1}{2}(\eta-h)$ = 5. 21. 55. . . . . Sin. 8,9708347
log. Sin. x = 9,5336189
x = 19° 58′ 45″
$\frac{1}{2}$I = 21. 22. 45.
Entweder $\frac{1}{2}$t = 20. 40. 45. . . . . . t = 41. 21. 30.
Oder $\frac{1}{2}\tau$ = 0. 42. 0. . . . . . . τ = 1. 24. 0.

Entweder:

$$
\begin{aligned}
\text{Log. } 2 &= 0{,}3010300\\
\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2}t &= 9{,}5479404\\
\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2}t &= 9{,}5479404\\
\text{log. Cofin. } \delta &= 9{,}9999583\\
\text{log. Cofin. } \varepsilon &= 9{,}7999616\\
\hline
\text{log. Sin. } z &= 9{,}1968307\\
z &= 9^\circ\ 3'\ 8''\\
h &= 27.\ 27.\ 37.\\
\hline
z + h &= 36.\ 30.\ 45.\\
h - z &= 18.\ 24.\ 29.\\
\tfrac{1}{2}(z + h) &= 18.\ 15.\ 22.\ \ldots\ \text{Sin. } 9{,}4959120\\
\tfrac{1}{2}(h - z) &= 9.\ 12.\ 14.\ \ldots\ \text{Cofin. } 9{,}9943723
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{log. } 2 &= 0{,}3010300\\
\text{Sin. } & 9{,}4959120\\
\text{Cofin. } & 9{,}9943723\\
\hline
\text{log. Sin. } H &= 9{,}7913143\\
H &= 38^\circ 12' 15''\\
\text{fubtr. von } \ldots & \ 89.\ 10.\ 59.\\
\hline
\varepsilon &= 50.\ 58.\ 44.
\end{aligned}
$$

Oder:

$$
\begin{aligned}
\text{Log. } 2 &= 0{,}3010300\\
\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2}\tau &= 8{,}0869646\\
\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2}\tau &= 8{,}0869646\\
\text{log. Cofin. } \delta &= 9{,}9999583\\
\text{log. Cofin. } \varepsilon &= 9{,}7999616\\
\hline
\text{log. Sin. } u &= 6{,}2748791\\
u &= 0^\circ\ 0'\ 38{,}8''\\
\eta &= 38.\ 11.\ 28{,}0.\\
\hline
u + \eta &= 38.\ 12.\ 6{,}8.\\
\eta - u &= 38.\ 10.\ 49{,}2.\\
\tfrac{1}{2}(u + \eta) &= 19.\ 6.\ 3{,}0.\ \ldots\ \text{Sin } 9{,}5148553\\
\tfrac{1}{2}(\eta - u) &= 19.\ 5.\ 25{,}0.\ \ldots\ \text{Cofin. } 9{,}9754338
\end{aligned}
$$

Oder auch	6,2748791
+	5,3144251
log. u =	1,5893042
u =	38,8″

$$
\begin{aligned}
\text{log. } 2 &= 0{,}3010300\\
\text{Sin } & 9{,}5148553\\
\text{Cofin. } & 9{,}9754338\\
\hline
\text{log. Sin. } H &= 9{,}7913191\\
H &= 38^\circ 12' 16''\\
\text{fubtr. von } \ldots & \ 89.\ 10.\ 59.\\
\hline
\varepsilon &= 50.\ 58.\ 43.
\end{aligned}
$$

Vorhin	50.	58.	44.	
Oben	50.	58.	55.	Seite 100
Mittel	50.	58.	47,3.	

Anmerkung 1.

Dieſe Methode ſchreibt alſo zwey Verfahrungsarten vor: *Entweder* man gebraucht den gröſsten Stundenwinkel t und dazu die kleinſte Höhe h; *oder* den kleinſten Stundenwinkel τ nebſt der gröſsten Höhe η.

Will man aber genau für die beyden hier eigentlich ſtatt findenden Fälle, indem die zwey Sonnenhöhen entweder auf einerley Seite des Mittagskreiſes, oder auf verſchiedenen Seiten deſſelben genommen ſeyn können, die Vorſchrift der Berechnung haben, ſo wird der Gang, den man zu nehmen hat, ſo einzurichten ſeyn.

Vorbereitung.

Die Benennungen bleiben alle wie vorhin, nemlich es heiſset

die eine Sonnenhöhe, nahe am Mittage . . . $= \eta$
die andere weit von ihm entfernt genommene $= h$
der zur gröſsten Höhe η gehörige Stundenwinkel . . . . $= \tau$
der zur kleinſten Höhe h gehör. Stundenwink. $= t$
die Abweichung der Sonne, Nö. +, Sü. — $= \delta$
die Polhöhe, Nö. . . . . $= e$

Hieraus: . . . . $\frac{\eta + h}{2} = P$

$\frac{\eta - h}{2} = Q$

Fall 1.

Wenn beyde Sonnenhöhen auf einer und ebenderſelben Seite des Mittagskreiſes genommen worden ſind; da iſt:

1) die wahre halbe Zwiſchenzeit der Beobachtungen $= \frac{t - \tau}{2}$;

2) dieſe verwandelt man in Grade nach Berlin. Samml. aſtron. Tafeln, Bd. I. Taf. 30. S. 293. und ſetzt den ſolchergeſtalt erhaltenen Winkel $= R$;

3) ſucht man den Winkel x durch folgende Gleichung:

$$\text{Sin. } x = \frac{\text{Coſin P. Sin. Q}}{\text{Coſin } \varepsilon. \text{ Coſin } \delta. \text{ Sin. R}};$$ dies giebt

4) $\left\{\begin{matrix} t \text{ in Graden} = x + R \text{ oder} \\ \tau \text{ in Graden} = x - R \end{matrix}\right\}$ und folglich

$$\left\{\begin{matrix} \frac{1}{2} t = \frac{x+R}{2} \text{ oder} \\ \frac{1}{2} \tau = \frac{x-R}{2} \end{matrix}\right\}$$

Fall 2.

Wenn beyde Sonnenhöhen auf verſchiedenen Seiten des Mittagskreiſes liegen; da iſt:

1) die wahre halbe Zwiſchenzeit der Beobachtungen $= \frac{t+\tau}{2}$;

2) dieſe verwandelt man in Grade nach Berl. Samml. aſtr. Taf. Band I. Taf. 30. S. 293. und ſetzt den ſolchergeſtalt erhaltenen Winkel $= \varrho$;

3) ſucht man den Winkel y durch folgende Gleichung:

$$\text{Sin. } y = \frac{\text{Coſin P. Sin. Q}}{\text{Coſin } \varepsilon. \text{ Coſin } \delta. \text{ Sin. } \varrho};$$ dies giebt:

4) $\left\{\begin{matrix} t \text{ in Graden} = y + \varrho \text{ oder} \\ \tau \text{ in Graden} = \varrho - y \end{matrix}\right\}$; und folglich

$$\left\{\begin{matrix} \frac{1}{2} t = \frac{y+\varrho}{2} \text{ oder} \\ \frac{1}{2} \tau = \frac{\varrho - y}{2} \end{matrix}\right\}$$

Fernere Berechnung.

Es mag nun *Fall 1* oder *Fall 2* ſtatt finden, ſo geben folgende zwey Gleichungen I, II. die wahre Mittagshöhe des Mittelpunkts der Sonne $= H$. Aus dieſer und der Abweichung der Sonne für den Mittag des Ortes der Beobachtung, ergiebt ſich hierauf die geſuchte Polhöhe $= \varepsilon$.

Entweder:

I) $\text{Sin. } z = 2. \text{ Sin. } \frac{1}{2} t. \text{ Sin. } \frac{1}{2} t. \text{ Cofin } \varepsilon. \text{ Cofin } \delta.$

II) $\text{Sin. } H = 2. \text{ Sin. } \frac{1}{2} (h + z). \text{ Cofin } \frac{1}{2} (h - z)$

Oder:

I) $\text{Sin. } u = 2. \text{ Sin. } \frac{1}{2} \tau. \text{ Sin. } \frac{1}{2} \tau. \text{ Cofin } \varepsilon. \text{ Cofin } \delta.$

II) $\text{Sin. } H = 2. \text{ Sin. } \frac{1}{2} (\eta + u). \text{ Cofin } \frac{1}{2} (\eta - u).$

Anmerkung 2.

Weicht die durch diefe Berechnung erhaltene Polhöhe fehr von der angenommenen ab, fo fucht man vermittelft diefer neuen Polhöhe durch Wiederholung der ganzen Rechnung, die Mittagshöhe H noch einmal, um die Polhöhe genau zu bekommen. Eigentlich foll die gefundene Breite, wenn fie die wahre ift, mit der angenommenen übereinftimmen; daher ift mit der zuletzt gefundenen Breite diefelbe Rechnung fo oft zu wiederholen, bis die Refultate zufammenftimmen. Die Abweichung der Sonne δ kann ohne merklichen Fehler in der Zwifchenzeit der Beobachtungen als unveränderlich angenommen werden, und daher berechnet man fie gemeiniglich für den in die Mitte der beyden Beobachtungen fallenden Zeitpunkt.

Aus zwey gleichen Sonnenhöhen, Vor- und Nachmittage, die Polhöhe zu finden.

Es fey in Fig. I. P der Nordpol des Aequators,
Z der Scheitelpunkt,
S die Sonne Vormittage,
σ die Sonne Nachmittage;

und man fehe die Abweichung der Sonne, δ, $\left\{ \begin{matrix} \text{Nö.} + \\ \text{Sü.} - \end{matrix} \right.$ in der Zwifchenzeit der Beobachtungen als unverän-

derlich an, welches vornehmlich um die Zeit der Sonnenstillstände geschehen kann: so theilet der Mittagkreis PZ den Winkel σPS in zwey gleiche Theile σPZ = SPZ, und es ist in dem Kugeldreyeck SPZ gegeben:

PS = 90° — δ

ZS = 90° — η, wo η die wahre Höhe der Sonne bedeutet,

und SPZ, dieser Winkel ist = der wahren halben Zwischenzeit der Beobachtungen, in Grade verwandelt nach Berl. Samml. astr. Taf. Band I. Taf 30. Seite 293, ich will ihn A nennen, er steht der Seite ZS entgegen, die dann a heissen mag.

Ich setze ferner:

PS = b.

Hieraus läst sich durch Rechnung finden, nach mein. Handbuch, Bd. 2 Fall 9. schiefwinkl. Kugeldreyecke, Seite 87, die dritte Seite

PZ = c = 90° — ε.

Es ist nemlich

Gegeben	und wird *Gesucht*
a = 90° — η	c = 90° — ε
b = 90° — δ	
der Winkel	
A = { der halben Zwischenzeit der Beobachtungen in Grade verwandelt.	

Hieraus erhellet aber, dass gegenwärtige Aufgabe vollkommen einerley ist, mit der dritten Aufgabe meines Handbuchs, Band 2. Seite 160. Man setze nemlich nur τ = der halben Zwischenzeit der Beobachtungen in Grade verwandelt, und bediene sich für die Sonne, am vortheilhaftesten in den Solstitien, der dort gegebenen zwey Auflösungsarten.

Beyspiel

Die zwey gleichen oder übereinstimmenden Sonnenhöhen seyen 38° 18′ 46″; die Abweichung der Sonne im Mittage 19° 39′ 10″ Nördlich; die Zwischenzeit der Beobachtungen $7^{St.}$ 0′ 0″. Man verlangt hieraus die Nördliche Polhöhe zu wissen.

Rechnung

nach der ersten Auflösungsart.

$7^{St.} = 105° \; 0' \; 0''$

$\tau = 52.30.0.$ . . . . . Sin. 9,8994667

$\delta = + 19.39.10.$ . . . . Cosin. 9,9739347

$\eta = 38.18.46.$ . . Compl. Cosin. 0,1053306

log. Sin. $72° \; 12' \; 53'' = 9{,}9787320$

subtr. von 180. 0. 0.

$B = 107.47.7.$

$\frac{1}{2}(\tau + B) = 80.8.33.$ . . . . . Cosin. 9,2334995

$\frac{1}{2}(\eta + \delta) = 28.58.58.$ . . . . Cotang 10,2565560

$\frac{1}{2}(B - \tau) = 27.38.33.$ . . Compl. Cos. 0,0526351

log. Tang. $\frac{1}{2}(90° - \varepsilon) = 9{,}5426806$

$\frac{1}{2}(90° - \varepsilon) = 19° \; 13' \; 59''$

$90° - \varepsilon = 38.27.58.$

$\varepsilon = 51.32.2.$

die gesuchte Breite.

Rechnung

nach der zweyt. Auflösungsart.

Log. Cosin. $\tau = 9{,}7844471$

log. Cotang. $\delta = 10{,}4471831$

log. Tang. $u = 10{,}2316302$

$u = 59° \; 36' \; 9''$

log. Cosin. $u = 9{,}7041472$

log. Sin. $\eta = 9{,}7923595$

Compl. log. Sin. $\delta = 0{,}4732483$

log. Cosin. $z = 9{,}9697550$

$z = 21° \; 8' \; 9''$

$90° - \varepsilon = u - z = 38.28.0.$

$\varepsilon = 51.32.0.$

drey Höhen eines Gestirns und den zwey Zwischenzeiten der Beobachtungen, die Polhöhe zu finden.

Die Rechnung beruht auf folgenden Gleichungen, in welchen der Tafelhalbmesser $= r$ introduzirt worden ist.

Bedeutung der Buchstaben.

h die kleinste Höhe.
η die mittelste Höhe.
H die grösste Höhe.
t die Zwischenzeit, in Theilen des Aequators, zwischen den zwey kleinsten Höhen h, η.
T die Zwischenzeit, in Theilen des Aequators, zwischen den zwey grösten Höhen η, H.
τ der Stundenwinkel, welcher der grösten Höhe H zugehört.
r der Tafelhalbmesser dessen Logarithme $= 10$.
n, x, m, y, z Hülfsgrössen. Man braucht nur die Logarithmen von m und n zu wissen.
ε die Polhöhe.
δ die Abweichung des Gestirns.

Gleichungen.

1) $$n = \frac{\text{Sin.}\ \frac{1}{2}(H - \eta).\ \text{Cosin.}\ \frac{1}{2}(H + \eta)}{r.\ \text{Sin.}\ \frac{1}{2}\ T}$$

2) $$\text{Cosin. } x = \sqrt{\left(\frac{r^2.n.\ \text{Cosin.}\ \frac{1}{2}\ t.\ \ \text{Sin.}\ \frac{1}{2}(t + T)}{\text{Sin.}\ \frac{1}{2}(H - h).\ \text{Cosin.}\ \frac{1}{2}(H + h)}\right)}$$

3) $$\text{Tang.}\ (\tau + \tfrac{1}{2}\ T) = \frac{\text{Tang.}\ \frac{1}{2}\ t.\ \ \text{Cotang.}^2\ x}{r^2}$$

4) $$m = \frac{r.\ n}{\text{Sin.}\ (\tau + \frac{1}{2}\ T)}$$

5) $$\text{Tang. } y = \text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\ \tau.\ \sqrt{\left(\frac{r.\ 2.\ m}{\text{Sin. } H}\right)}$$

$$6)\ \text{Cotang.}\ z = \frac{\text{Tang.}\ \frac{1}{2}\tau.\ \ \text{Cotang.}\ y}{r}$$

$$7)\ \text{Cosin.}\ (\varepsilon \backsim \delta) = \frac{r^2.\ \text{Sin.}\ H}{\text{Cosin.}^2\ y}$$

$$8)\ \text{Cosin.}\ (\varepsilon + \delta) = -\ \frac{2.\ \text{Sin.}\, H.\ \ \text{Tang.}\ z}{\text{Tang.}\ 2\, z}$$

Anmerkung 1.

Statt 6) 7) 8) kann man ſich auch folgender drey Gleichungen bedienen:

$$9)\ \text{Cosin.}\ z = \frac{\text{Tang.}\ \frac{1}{2}\tau.\ \ \text{Cotang.}\ y}{r}$$

$$10)\ \text{Cosin.}\ (\varepsilon \backsim \delta) = \frac{r^2.\ \text{Sin.}\ H}{\text{Cosin.}^2\ y}$$

$$11)\ \text{Cosin.}\ (\varepsilon + \delta) = \frac{\text{Sin.}\ H.\ \ \text{Tang.}^2\ z}{r^2}$$

Nemlich die Gleichungen 6) 7) 8) ſind allgemein und gelten für alle Fälle, d. h. es mag

$\text{Tang.}\ \frac{1}{2}\tau.\ \ \text{Cotang.}\ y < 1$ oder > 1 ſeyn.

Indeſſen kann man doch folgende zwey Fälle unterſcheiden:

Fall 1.

Wenn die Rechnung $\text{Tang.}\ \frac{1}{2}\tau.\ \ \text{Cotang.}\ y < 1$ giebt, ſo *kann* man ſich, ſtatt 6) 7) 8) auch der Gleichungen 9) 10) 11) bedienen, und es iſt dann wirklich bequemer nach 9) 10) 11) zu rechnen.

Fall 2.

Wenn die Rechnung, wie beym nachfolgenden Beyſpiele, $\text{Tang.}\ \frac{1}{2}\tau.\ \ \text{Cotang.}\ y > 1$ giebt, ſo *muſs* man die Gleichungen 6) 7) 8) gebrauchen.

Anmerkung 2.

Die drey Höhen werden auf einerley Seite des Meridians genommen.

Beyspiel.

Beobachtete wahre Höhen.			Gegebene Zwischenzeiten in Theilen des Aequators.		
Größte Höhe	$71^\circ\ 15'\ 0''$	= H	Zwischen den zwey größten Höhen H u. η . .	$7^\circ\ 52'\ 0''$	= T
Mittelste Höhe	68. 34. 0.	= η	Zwischen den zwey kleinsten Höhen η u. h . .	12. 44. 0.	= t
Kleinste Höhe	63. 54. 0.	= h			

I. *Berechnung des Stundenwinkels* τ, *welcher der größten Höhe* H *zugehört, vermittelst der drey Formeln* 1) 2) 3).

a) Berechnung des Werthes von log. n.

$H = 71^\circ\ 15'\ 0''$
$\eta = 68.\ 34.\ 0.$
$H - \eta = 2.\ 41.\ 0.$
$H + \eta = 139.\ 49.\ 0.$
$T = 7.\ 52.\ 0.$
$\frac{1}{2}(H - \eta) = 1.\ 20.\ 30.$ . . . . Sin. 8,3694823
$\frac{1}{2}(H + \eta) = 69.\ 54.\ 30.$ . . . . Cosin. 9,5359560
$\frac{1}{2}T = 3.\ 56.\ 0.$ . . . . . Compl. Sin. 1,1637031

Summe 9,0691414 = log. n

b) *Berechnung des Winkels x und τ.*

$t = 12° 44' 0''$
$T = 7. 52. 0.$
$t + T = 20. 36. 0.$
$H = 71. 15. 0.$
$h = 63. 54. 0.$
$H - h = 7. 21. 0.$
$H + h = 135. 9. 0.$ Log. n = 9,0691414
$\frac{1}{2} t = 6. 22. 0.$ . . . . Cosin. 9,9973132
$\frac{1}{2}(t + T) = 10. 18. 0.$ . . . . Sin. 9,2523729
$\frac{1}{2}(H - h) = 3. 40. 30.$ . . . Compl. Sin. 1,1931631
$\frac{1}{2}(H + h) = 67. 34. 30.$ . . Compl. Cosin. 0,4185353

19,9305259
Hälfte . . 9,9652629 = log. Cosin. x
$x = 22° 36' 43''$ . . . . Cotang. 10,3803804
. . . . 10,3803804
$\frac{1}{2} t = 6. 22. 0.$ . . . . Tang. 9,0475821
log. Tang. $(\tau + \frac{1}{2} T) = 9,8083429$
$\tau + \frac{1}{2} T = 32° 44' 56''$
subtr. $\frac{1}{2} T = 3. 56. 0.$
$\tau = 28. 48. 56.$
$\frac{1}{2} \tau = 14. 24. 28.$

II. *Berechnung des Werthes von* log. m, *und der Winkel* y, z.

$$\begin{aligned}
\text{Log. n} &= 9{,}0691414 \\
\text{Compl. log. Sin. } (\tau + \tfrac{1}{2}\text{T}) &= 0{,}2668363 \\
\hline
\text{log. m} &= 9{,}3359777 \\
\text{log. 2} &= 0{,}3010300 \\
\hline
\text{log. 2 m} &= 9{,}6370077 \\
\text{Compl. log. Sin. H} &= 0{,}0236821 \\
\hline
& \ 9{,}6606898 \\
\text{Hälfte} \ldots & \ 9{,}8303449 \\
\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2}\tau &= 9{,}3958877 \\
\hline
\text{log. Tang. y} &= 9{,}2262326 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{log. Cosin. y} = 9{,}9939306 \\
\text{y} &= 9^\circ\, 33'\, 24'' \ldots \text{Cotang. } 10{,}7737624 \\
\tfrac{1}{2}\tau &= 14.\ 24.\ 28. \ldots \text{Tang. } 9{,}4097659 \\
\text{log. Cotang. z *)} &= 10{,}1835283 \ldots \text{log. Tang. z} = 9{,}8164717 \\
\text{z} &= 33^\circ\ 14'\ 19'' \\
\text{2. z} &= 66.\ 28.\ 38.
\end{aligned}$$

*) Weil hier Tang. $\frac{1}{2}\tau$. Cotang. $y > 1$ iſt, und alſo Fall 2 gilt.

III. *Berechnung der Winkel* $\varepsilon \backsim \delta$, $\varepsilon + \delta$.

Log. Sin. H	$= 9{,}9763179$
Compl. log. Cofin. y	$= 0{,}0060694$
. . . .	$0{,}0060694$
log. Cofin. $(\varepsilon \backsim \delta)$	$= 9{,}9884567$
$\varepsilon \backsim \delta$	$= 13° \; 9' \; 6''$

Log. 2	$= 0{,}3010300$	
log. Sin. H	$= 9{,}9763179$	
log. Tang. z	$= 9{,}8164717$	
Compl. log. Tang. 2 z	$= 9{,}6387739$	
log. — Cofin. $(\varepsilon + \delta)$	$= 9{,}7325935$	= log. Cofin. $(180° - [\varepsilon + \delta])$
$180° - [\varepsilon + \delta]$	$= 57° \; 17' \; 58''$	Handb. Bd. 2. S. 133.
$\varepsilon + \delta$	$= 122. \; 42. \; 2.$	

IV. *Schlufsfolge.*

Es ift alfo gefunden worden:

	Wenn $\varepsilon > \delta$		*Wenn* $\varepsilon < \delta$
	$\varepsilon - \delta = 13° \; 9' \; 6''$		$\delta - \varepsilon = 13° \; 9' \; 6''$
	$\varepsilon + \delta = 122. \; 42. \; 2.$		$\delta + \varepsilon = 122. \; 42. \; 2.$
	$2\varepsilon = 135. \; 51. \; 8.$		$2\varepsilon = 109. \; 32. \; 56.$
Polhöhe . .	$\varepsilon = 67. \; 55. \; 34.$		$\varepsilon = 54 \; 46. \; 28.$
	$2\delta = 109. \; 32. \; 56.$		$2\delta = 135. \; 51. \; 18.$
	$\delta = 54. \; 46. \; 28.$		$\delta = 67. \; 55. \; 34.$

Hier ift nun zwar eine Zweydeutigkeit, da man aber gemeiniglich fchon im voraus die Gröfsen ε und δ kennt, und alfo weis, welche von beyden die gröfste ift, fo wird durch diefe Beobachtung dreyer Höhen nebft den Zwifchenzeiten, und die daraus geführte Rechnung die Polhöhe allezeit richtig beftimmt werden können. *Man wähle übrigens, um gröfsere Genauigkeit in den Refultaten zu erhalten, die Zeiträume zwifchen den Beobachtungen weit von einander abftehend.*

Durch drey nahe am Mittage gemessene Sonnenhöhen nebst den Zwischenzeiten der Beobachtungen, die Polhohe zu finden.

Bedeutung der Buchstaben.

Einfache wahre Sonnenhöhen.	Doppelte Sonnenhöhen des Sextanten ohne angebrachte Correctionen.	Zugehörige Stundenwinkel oder Abstände vom Mittag in Zeitminuten und Dezimaltheilen derselben
h die kleinere	$2h$ die kleinste	n
h' die mittelste	$2h'$ die mittelste	n'
h'' die gröfste	$2h''$ die gröfste	n''

I.

Formeln.

Fall 1. Die drey Sonnenhohen h, h', h'' liegen auf einer und derselben Seite des Mittagskreises.

$$\Delta H = \frac{\frac{h''-h}{n-n''} - \frac{h''-h'}{n'-n''}}{n-n'}$$

Anmerkung.

1) In dieser Formel werden zur Rechnung ausgedrückt:

in Sekunden und Dezimaltheilen derselben:	in Minuten und Dezimaltheilen derselben:
$h''-h$; $h''-h'$; ΔH wird gefund.	$n-n''$; $n'-n''$; $n-n'$.

2) Um $h''-h$ und $h''-h'$ zu erhalten, darf man nur die doppelten Sonnenhöhen, wie sie unmittelbar der Sextant giebt, von einander abziehen, den Rest halb nehmen und dann diese Hälfte in Sekunden ausdrücken.

3) $n-n''$, $n'-n''$, $n-n'$ bedeuten die allezeit gegebenen Zwischenzeiten der Beobachtungen, und zwar:

es bedeutet	die Zeit zwischen den Höhen
$n - n''$	$h,\ h''$
$n' - n''$	$h',\ h''$
$n - n'$	$h,\ h'$

Fall 2. Die gröſste Sonnenhöhe h'' wird auf der einen Seite, und die beyden übrigen Sonnenhöhen h, h' werden auf der andern Seite des Mittagskreises genommen.

$$\Delta H = \frac{\frac{h''-h}{n+n''} - \frac{h''-h'}{n'+n''}}{n-n'}$$

Anmerkung.

$n+n''$, $n'+n''$ und $n-n'$ ſind hier die Zwiſchenzeiten der Beobachtungen, in Minuten und Dezimaltheilen derſelben ausgedrückt; u. ſ. w.

Fall 3. Die kleinſte Sonnenhöhe h. und gröſste h'', befinden ſich auf einerley Seite, und die mittelſte h' liegt auf der andern Seite des Meridians.

$$\Delta H = \frac{\frac{h''-h}{n-n''} - \frac{h'-h}{n+n''}}{n'+n''}$$

Fall 4. Die kleinſte Sonnenhöhe h wird auf der einen Seite, und die beyden übrigen Sonnenhöhen h', h'' werden auf der andern Seite des Meridians beobachtet.

$$\Delta H = \frac{\frac{h''-h}{n+n''} - \frac{h'-h}{n+n'}}{n'-n''}$$

II.

Hat man ſolchergeſtalt ΔH gefunden, ſo wird durch Hülfe der *Formeln* bey *Fall 1, 2, 3, 4* der Aufgabe Seite 42:

1) Aus dem Unterſchiede zweyer Höhen:	$h'' - h$,	oder $h'' - h'$,	oder $h' - h$
2) Aus der zwiſchen den zwey ausgewählten Höhen:	h, h'',	oder h', h'',	oder h, h'
verfloſſenen Zeit:	$\left\{\begin{matrix} n - n'' \\ n + n'' \end{matrix}\right\}$	oder $\left\{\begin{matrix} n' - n'' \\ n' + n'' \end{matrix}\right\}$	oder $n + n'$
3) Aus $\Delta\delta^{Sek.}$ und $\Delta H^{Sek.}$, berechnet:			
Die zukommende Zeit:	$\left\{\begin{matrix} n + n'' \\ n - n'' \end{matrix}\right\}$	oder $\left\{\begin{matrix} n' + n'' \\ n' - n'' \end{matrix}\right\}$	oder $n - n'$

III.

Da man nunmehro hat:

entweder $n - n''$ und $n + n''$	oder $n + n''$ und $n - n''$	oder $n' - n''$ und $n' + n''$	oder $n' + n''$ und $n' - n''$	oder auch $n + n'$ und $n - n'$

ſo findet ſich hieraus in Minuten und Dezimaltheilen derſelben:

n, n''	n, n''	n', n''	n', n''	n, n'

d. i. es findet ſich

der gröſste Stundenwink.	n	zur kleinſt. Höhe h gehörig
der zwiſchenliegende -	n'	zur mittelſt. — h' —
der kleinſte - - -	n''	zur gröſsten — h'' —

IV.

Hierauf multiplizirt man die Quadrate dieſer Stundenwinkel mit ΔH; ſo giebt das Produkt $\left\{\begin{matrix}\Delta H.\ n^2\\ \Delta H.\ n'.\ n'\\ \Delta H.\ n''.\ n''\end{matrix}\right\}$ den Unterſchied $\left\{\begin{matrix}\Delta\eta\\ \Delta\eta'\\ \Delta\eta''\end{matrix}\right\}$ in Sekunden und Dezimaltheilen derſelben, zwiſchen der Höhe der Sonne $\left\{\begin{matrix}h\\ h'\\ h''\end{matrix}\right\}$ und ihrer Mittagshöhe H.

V.

Da nun h, | h', | h'' allezeit kleiner als H iſt, ſo wird die eben geſundene Höhenänderung $\Delta\eta$, | $\Delta\eta'$, | $\Delta\eta''$ allezeit zur zugehörigen *wahren* Höhe der Sonne h | h' | h'' addirt. Die Summe $h+\Delta\eta$ | $h'+\Delta\eta'$ | $h''+\Delta\eta''$ giebt die *Mittagshöhe der Sonne* H.

VI.

Bringt man bey dieſer Mittagshöhe die Abweichung der Sonne δ gehörig an, ſo findet ſich die Aequatorhöhe Q, deren Ergänzung zu 90° die *geſuchte Polhöhe* ϵ iſt.

Beyspiel zu Fall 1.

Gegebene Beobachtungen zu Göttingen den 11. März 1794.		
Zeit der Uhr.	Doppelte Höhen des obern Sonnenrandes.	Einfache wahre Höhen der Sonne.
U. ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
23. 51. 38.	2 h = 70. 14. 45.	h = 34. 54. 45,7.
23. 57. 30.	2 h′ = 70. 19. 0.	h′ = 34. 56. 53,2.
0. 1. 0.	2 h″ = 70. 19. 50.	h″ = 34. 57. 18,2.
Mittag 0. 1. 25.		

Darstellung der Rechnung.

I.

1.

$2h'' = 70° 19' 50''$

$2h = 70. 14. 45.$

$2(h'' - h) = 0. 5. 5.$

$h'' - h = 0. 2. 32,5.$

$= 0. 0. 152,5.$

2.

$2h'' = 70° 19' 50''$

$2h' = 70. 19 0.$

$2(h'' - h') = 0. 0. 50.$

$h'' - h' = 0. 0. 25,0.$

3.

$24^{St.} 1' 0''$

$- 23. 51. 38.$

$n - n'' = 0. 9. 22.$

$= 0. 9,3666' 0.$

4.

$24^{St.} 1' 0''$

$- 23. 57. 30.$

$n' - n'' = 0. 3. 30.$

$= 0. 3,5. 0.$

5.

$23^{St.} 57' 30''$

$- 23. 51. 38.$

$n - n' = 0. 5. 52.$

$= 0. 5,8666. 0.$

6.

Dies giebt $\Delta H^{Sek.} = \dfrac{\dfrac{152,5}{9,3666} - \dfrac{25,0}{3,5}}{5,8666}$

7.	8.
log. 1525000 = 6,1832698	log. 250 = 2,3979400
— log. 93666 = 4,9715820	— log. 35 = 1,5440680
log. 16,281 = 1,2116878	log. 7,1429 = 0,8538720

9.	10.
16,2810	log. 9,1381 = 0,9608559
— 7,1429	— log. 5,8666 = 0,7683865
Reſt = 9,1381	log. ΔH = 0,1924694
	ΔH = 1,5576″

II.

1. Gegeben:	2. Geſucht:
$h'' - h = 152{,}5''$	$n + n''$; dies iſt *Fall 3.* der Aufgabe Seite 42.
$n - n'' = 9{,}3666'$	
$\Delta\delta = 0{,}981''$	
$\Delta H = 1{,}5576''$	

3.

Was									
am a. O.	h	h′	N	n	N+n	N — n	Δδ	ΔH	Folglich:
iſt hier	h	h″	n	n″	n+n″	n — n″	Δδ	ΔH	

4.

$$n + n'' = \frac{h'' - h}{\Delta H.\,(n - n'')} - \frac{\pm\Delta\delta}{\Delta H} =$$

$$\frac{152{,}5}{1{,}5576.\,9{,}3666} - \frac{+0{,}981}{1{,}5576} = \frac{152{,}5}{1{,}5576.\,9{,}3666} - \frac{0{,}9810}{1{,}5576}.$$

log. 1,5576 = 0,1924694
+ log. 9,3666 = 0,9715820

Summe = 1,1640514 ſubtr.
von log. 152,5 = 2,1832698

log. 10,45 = 1,0192184

log. 9810 = 3,9916690	10,45000
− log. 15576 = 4,1924694	− 0,62979
log. 0,62979 = 9,7991996 − 10	n + n″ = 9,82021′

III.

$$n - n'' = 9{,}3666'$$
$$n + n'' = 9{,}8202.$$
$$2n = 19{,}1868.$$
$$n = 9{,}5934.$$
$$2n'' = 0{,}4536.$$
$$n'' = 0{,}2268.$$
$$n' - n'' = 3{,}5000.$$
$$n' = 3{,}7268.$$

IV.

1.	2.
log. n = 0,9819726	log. n′ = 0,5713361
log. n² = 1,9639452	log. (n′.n′) = 1,1426722
+ log. ΔH = 0,1924694	+ log. ΔH = 0,1924694
log. Δη = 2,1564146	log. Δη′ = 1,3351416
Δη = 143,36″	Δη′ = 21,634″
= 2′ 23,36″	

3.

$$\log.\ n'' = 9{,}3556431 - 10$$
$$\log.\ (n''.n'') = 8{,}7112862 - 10$$
$$+ \log.\ \Delta H = 0{,}1924694$$
$$\log.\ \Delta\eta'' = 8{,}9037556 - 10$$
$$\Delta\eta'' = 0{,}080123''$$

V und VI.

1.

$h = 34°54'45,70''$
$+\Delta\eta = 0.\ 2\ 23,36.$
$h+\Delta\eta = H = 34.57.\ 9,06.$
$\delta = 3\ 30\ 38,0.$ Sü
$H+\delta = Q = 38.27\ 47,1.$
$90 = 89.59\ 60,0.$
$90°-Q = \varepsilon = 51.32.12,9.$

2.

$h' = 34°56'53,200''$
$+\Delta\eta' = 0.\ 0.21,634.$
$h'+\Delta\eta' = H = 34.57\ 14,834.$
$\delta = 3\ 30.38,0.$ Sü.
$H+\delta = Q = 38.27\ 52,8.$
$90 = 89\ 59\ 60,0.$
$90°-Q = \varepsilon = 51.32.\ 7,2.$

3.

$h'' = 34°57'18,200000''$
$+\Delta\eta'' = 0.\ 0.\ 0,080123.$
$h''+\Delta\eta'' = H = 34\ 57.18,3.$
$\delta = 3\ 30.38,0.$ Südl.
$H+\delta = Q = 38.27.56,3.$
$90° = 89.59\ 60,0.$
$90°-Q = \varepsilon = 51.32.\ 3,7.$

4.

$\varepsilon = 51°\ 32'12,9''$
$\varepsilon = 51.\ 32.\ 7,2.$
$\varepsilon = 51.\ 32.\ 3,7.$
$3.\varepsilon = 3.51°\ 3.32'23,8.$
$\varepsilon = 51.\ 32.\ 7,9.$
die gesuchte Polhöhe.

III.

Längenbestimmungen

aus

Monds - Distanzen.

Aus dem ſcheinbaren Abſtande zweyer Geſtirne, desgleichen ihrer ſcheinbaren und wahren Höhe, den wahren Abſtand zu finden.

Es ſeyen dieſe beyden Geſtirne die Sonne und der Mond, die Auflöſung wird aber noch dieſelbe ſeyn, wenn der Abſtand des Mondes von einem Fixſterne gegeben iſt.

Auflöſung.

Es heiſse D der ſcheinbare Abſtand des Mittelpunkts des Mondes von dem Mittelpunkt der Sonne oder einem Stern;
x der geſuchte wahre Abſtand - - -
a die ſcheinbare Höhe des Mittelpunkts der Sonne oder des Sterns;
b die ſcheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes;
A die wahre Höhe des Mittelpunkts der Sonne oder des Sterns;
B die wahre Höhe des Mittelpunkts des Mondes;

ſo iſt nach *Borda*, den Sin. tot. = r geſetzt:

$$S = \frac{a+b+D}{2}$$

$$W = \frac{A+B}{2}$$

$$\text{Sin. } u = \sqrt{\left(\frac{r^2.\ \text{Coſin. } S.\ \text{Coſin. } (S-D).\ \text{Coſin. } A.\ \text{Coſin. } B}{\text{Coſin. } a.\ \text{Coſin. } b.\ \text{Coſin. } W.\ \text{Coſin. } W}\right)}$$

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2} x = \frac{\text{Coſin. } W.\ \text{Coſin. } u}{r}$$

oder nach *de Lambre*, für den Sin. tot. = 1:

$$\text{Cos. } x = \frac{2.\ \text{Cos. } S.\ \text{Cos. } (S-D).\ \text{Cos. } A.\ \text{Cos. } B}{\text{Coſin. } a.\ \text{Coſin. } b} - \text{Cos. } 2.W$$

Beyspiel 1.

Rechnung nach Borda.

D =	102° 30′ 0″
a =	15. 25. 0.
b =	27. 30. 0.
A =	15. 21. 43.
B =	28. 18. 47.
a+b+D =	145. 25. 0.
S =	72. 42. 30.
S — D =	— 29. 47. 30.
A + B oder	
2. W =	43. 40. 30.
W =	21. 50. 15.

Log. r^2 =	20,0000000
log. Cofin. S =	9,4731014
log. Cof. (S — D) =	9,9384385
log. Cofin. A =	9,9841994
log Cofin. B =	9,9446649
Summe I. =	59,3404042
fubtr. Summe II. =	39,8673371
2. log. Sin. u =	19,4730671
log. Sin. u =	9,7365335
u =	33° 2′ 11″
log. Cofin. u =	9,9234122
log. Cofin. W =	9,9676615
Summe =	19,8910737
fubtr. log. r =	10,0000000
log. Sin. $\frac{1}{2}$ x =	9,8910737
$\frac{1}{2}$ x =	51° 5′ 35,5″
x =	102. 11. 11. der gefuchte wahre Abftand.

log. Cofin. a =	9,9840852
log. Cofin. b =	9,9479289
log. Cofin. W =	9,9676615
log. Cofin. W =	9,9676615
Summe II =	39,8673371

Man kann ſich auch ſtatt der log. Cos. ihrer arithmetiſchen Complemente bedienen, ferner

$$\text{Sin. } u = \frac{\sqrt{\left(\frac{\text{Coſin. S. Coſin. (S—D). Coſin. A. Coſin. B}}{\text{Coſin. a. Coſin. b.}}\right)}}{\text{Coſin. W}}$$

annehmen, und dann die Anordnung der Rechnung, faſt noch bequemer, ſo machen:

D =	102° 30′ 0″			
a =	15. 25. 0.	Compl. Coſin.	0,0159148	
b =	27. 30. 0.	Compl. Coſin.	0,0520711	
a+b+D =	145. 25. 0.			
S =	72. 42. 30.	Coſin.	9,4731014	
S—D =	−29. 47. 30.	Coſin.	9,9384385	
A =	15. 21. 43.	Coſin.	9,9841994	
B =	28. 18. 47.	Coſin.	9,9446649	
A+B = 2 W =	43. 40. 30.	Summe	39,4083901	
		Hälfte	19,7041950	Unterſchied 9,7365335 = log. Sin. u
W =	21. 50. 15.	Coſin.	9,9676615	
u =	33. 2. 11.	Coſin.	9,9234122	
		Summe, Sin. $\frac{1}{2}$x	9,8910737	
		$\frac{1}{2}$x	51° 5′ 35,5″	
		x	102. 11. 11,0.	

Rechnung nach de Lambre.

Log. 2 = 0,3010300
log. Cofin. S = 9,4731014 — 10
log. Cofin. (S — D) = 9,9384385 — 10
log. Cofin. A = 9,9841994 — 10
log. Cofin. B = 9,9446649 — 10

Summe 1. = 9,6414342 — 10
Summe 2. = 9,9320141 — 10

Diefer Logarithme 9,7094201 — 10
gehört zur Zahl . . . 0,512177
Hievon fubtr. 0,723268

Cofin. x = — 0,211091
oder — Cofin. x
d. i. Cof. (2 R — x) = 0,211091
folglich log. Cof. (2 R — x) = 9,3244698
2 R — x = 77° 48′ 49″
fubtr. von . . . . 179. 59. 60.

x = 102. 11. 11. wie vorher.

log. Cofin. a = 9,9840852 — 10
log. Cofin. b = 9,9479289 — 10

Summe 2. = 9,9320141 — 10
log. Cofin. 2. W. = 9,8592996 — 10
diefer Logarithme
gehört zur Zahl:
0,723268

Die Anordnung dieſer Rechnung kann auch ſo gemacht werden:

D =	102° 30′ 0″					
a =	15. 25. 0. . . .	Compl. Coſin.	0,0159148			
b =	27. 30. 0. . . .	Compl. Coſin.	0,0520711			
A =	15. 21. 43.	Coſin.	9,9841994			
B =	28. 18. 47.	Coſin.	9,9446649			
a+b+D =	145. 25. 0.	log. 2 . . .	0,3010300			
S =	72. 42. 30.	Coſin.	9,4731014			
S — D =	— 29. 47. 30.	Coſin.	9,9384385			
		Summe . . .	9,7094201	= log. . . .	0,512177	
2 W =	43. 40. 30.	Coſin.	9,8592996	= log. . . .	0,723268	
				Coſin. x =	— 0,211091	
				log. Coſin. x =	9,3244698	
				= log. Coſin.	77° 48′ 49″	
				ſubtr. von . .	180. 0. 0.	
				x =	102. 11. 11.	

Methode des Dunthorn.

$$Q = \frac{\text{Cofin. A. Cofin. B}}{\text{Cofin. a. Cofin. b}}$$

$$\text{Cofin. } x = \text{Cof. } (A - B) - Q. (\text{Cof. } (a - b) - \text{Cof. } D)$$

Die Regel nach *Dunthorn* lautet alſo mit Worten ausgedrückt ſo: Um den wahren Abſtand x zu berechnen, ſubtrahire man von dem Coſinus des Unterſchiedes der ſcheinbaren Höhen a, b der Sonne (oder eines Sterns) und des Mondes, den Coſinus des ſcheinbaren Abſtandes D;

Iſt D > 90°, ſo wird Coſin. D zu Coſ. (a — b) addirt.

Den Reſt,

Oder die Summe,

multiplizire man mit der Gröſse Q. Das erhaltene Produkt ſubtrahire man hierauf von dem Coſinus des Unterſchieds der wahren Höhen A, B der Sonne (oder des Sterns) und des Mondes; ſo giebt der übrigbleibende Reſt den Coſinus des geſuchten wahren Abſtands x, poſitiv oder negativ. Im erſten Falle iſt x der Abſtand; im zweyten Falle aber muſs der aus den Tafeln gefundene Winkel von 180° ſubtrahirt werden, der Reſt wird alsdann erſt der geſuchte wahre Abſtand ſeyn.

Nach dieſer Vorſchrift würde das vorhergehende Beyſpiel ſo berechnet werden müſſen:

Log. Cosin. A = 9,9841994 — 10	log. Cosin. a = 9,9840852 — 10
log. Cosin. B = 9,9446649 — 10	log. Cosin. b = 9,9479289 — 10
Summe 1. = 9,9288643 — 10	Summe 2. = 9,9320141 — 10
Summe 2. = 9,9320141 — 10	a = 15° 25′ 0″
log. Q = 9,9968502 — 10	b = 27. 30. 0.
Cosin. (a — b) = 0,9778441	a — b = — 12. 5. 0.
Cosin. D = — 0,2164396	A = 15. 21. 43.
Unterschied = 1,1942837	B = 28. 18. 47.
	A — B = — 12. 57. 4.

Hievon der log. = 0,0771062
log. Q = 9,9968502 — 10

Summe = 0,0739564 gehört zur Zahl = 1,18565
log. Cosin. (A — B) = 9,9888093 — 10 geh. z. Zahl = 0,97456

Cosin. x = — 0,21109 hievon der log = 9,3244677
gehört zu
77° 48′ 50″
subtr. von 180. 0. 0.

x = 102 11 10.

der gesuchte wahre Abstand, welcher von der nach Borda und Delambre geführten Rechnung nur um eine Sekunde abweicht.

Berechnung der Länge eines Orts, wenn drey Beobachter zu gleicher Zeit die Höhe der Sonne, die Höhe des Mondes und den Abſtand des Mondes von der Sonne meſſen.

1) Sind mehrere Abſtände und Höhen beyder Geſtirne gemeſſen worden, ſo reduzirt man alle Beobachtungen auf eine einzige Beobachtung des Abſtandes und auf eine einzige Höhenbeobachtung jedes Geſtirns, indem man das arithmetiſche Mittel aus allen Beobachtungen nimmt; dieſe drey mittlern Beobachtungen werden nun als drey *gleichzeitige* angeſehen. Z. B. ſind 6 Höhen des untern Sonnenrandes, 6 Höhen des untern Mondrandes, und 6 Abſtände gemeſſen worden, ſo dividirt man die Summe der beobachteten Höhen an der Sonne, die Summe der beobachteten Höhen am Monde, und die Summe aller genommenen Abſtände, durch 6, und erhält dadurch 3 gleichzeitige Beobachtungen. Dieſe ſeyen nun folgende;

Beyſpiel I.

Mittlere Höhe des untern Sonnenrandes =	18° 36′ 52″
Mittlere Höhe des untern Mondrandes =	44. 11. 22.
Mittlerer beobachteter Abſtand des ☽ *von der* ☉ . . . . =	116. 8. 4.

Dieſe Beobachtungen geſchahen den 26ſten April 1787, um 5 Uhr Abends, unter der Polhöhe von 16° 10′ Nördlich, das Thermometer zeigte 20° Reaumur, und das Barometer 28 Zoll. Die Länge des Orts war ohngefähr 27° oder 1 Stunde 48′ weſtlich von Paris.

2) Aus aſtronomiſchen Ephemeriden, z. B. der Connaiſſance des Tems oder dem Berliner Jahrbuch auf das gegebene Jahr, ſucht man für den Augenblick der Beobachtung:

a) die Horizontalparallaxe des Mondes,
b) den Halbmesser des Mondes, und
c) den Halbmesser der Sonne.

Um die Horizontalparallaxe des Mondes zu erhalten, bemerke man, dass es 5 Uhr Abends war, als die Beobachtung geschah, und der Beobachter 27° oder in Zeit 1 St. 48′ westlich von Paris entfernt war; es war folglich schon 6 Uhr 48′ Abends zu Paris. Dahero sucht man aus der Connaiss. d. Tems auf 1787 die Mondparallaxe für den 26. April um 6 U. 48′ Ab. Diese findet sich = 56′ 55″.

Für dieselbe Zeit findet man ebenfalls hieraus den horizontalen Halbmesser des Mondes . . . . = 15′ 32″.
Hiezu muss noch seine Vergrösserung zu 44° scheinbarer Mondhöhe, welche = 0. 11. ist, *addirt* werden, dadurch erhält man den Verbesserten Halbmesser des Mondes . . . . = 15. 43.
Endlich: Halbmesser der Sonne den 26. April . . . . = 15. 56.

3) Sind diese ersten Stücke der Rechnung gefunden, so sucht man

α) den scheinbaren Abstand der Mittelpunkte der Sonne (oder des Sterns) und des Mondes = D;
β) die scheinbare Höhe des Mittelpunkts der Sonne (oder des Sterns) . . . . . = a;
γ) die wahre Höhe des Mittelpunkts der Sonne (oder des Sterns) . . . . . . = A;
δ) die scheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes . . . . = b;
ε) die wahre Höhe des Mittelpunkts des Mondes . . . . = B.

Rechnung zu α.

Mittlerer beobachteter Abſtand der beyden Ränder von Sonne und Mond . . . . = 116° 8′ 4″

Hiezu addirt den Halbmeſſer der Sonne . . . . = 0. 15. 56.

Ferner den verbeſſerten Halbmeſſer des Mondes . . . . . . = 0. 15. 43.

Summe, oder Scheinbarer Abſtand der Mittelpunkte von ☉ und ☽ = 116. 39. 43. = D

Rechnung zu β und γ.

Mittlere beobachtete Höhe des untern Sonnenrandes . . . = 18° 36′ 52″

Hiezu addirt den Halbmeſſer der Sonne . . . . = 0. 15. 56.

Summe, oder Scheinbare Höhe des Mittelpunkts der Sonne . . = 18. 52. 48. = a

Hievon ſubtrahirt die Refraction weniger der Parallaxe, für 13° 50′ ſcheinbare Höhe . . . . . = 0. 2. 37.

Reſt = 18. 50. 11.

Hiezu wird noch addirt, die Verbeſſerung der Refraction wegen des Thermometerſtandes = 20° bey 19° Sonnenhöhe . . . = 0. 0. 6.

Ferner wird addirt, die Verbeſſ. der Refraction wegen der Barometerhöhe von 28 Zoll . . . . . = 0. 0. 1.

Summe, oder wahre Höhe des Mittelpunkts der Sonne . . . . = 18. 50. 18. = A

Rechnung zu δ und ε.

Mittlere beobachtete Höhe des untern Mondrandes . . . . . . = 44° 11′ 22″
Hiezu addirt den verbeſſerten Halbmeſſer des Mondes . . . . . = 0. 15. 43.

Summe, oder Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes . . . = 44. 27. 5. = b

Mit der Horizontalparallaxe des Mondes = 56′ 55″ und der ſcheinbaren Höhe des Mittelpunkts des Mondes = 44° 27′, excerpirt man aus Tafel V. welche die Unterſchiede der Höhenparallaxen und Refractionen enthält, die Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction, und addirt ſelbige zur ſcheinbaren Höhe des Mittelpunkts des Mondes. Die Summe giebt die wahre Höhe des Mittelpunkts des Mondes. Hiebey kann man auch noch die Refraction wegen des Barometer- und Thermometerſtandes verbeſſern.

Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des ☽ . . . . = 44° 27′ 0″
Horizontalparallaxe des ☽ . . . . = 0. 56. 55.

		56′	57′
Die Tafel giebt	44° 20′	39′ 5″	39′ 48″
	44. 27.	x	y
	44. 30.	38. 59.	39. 41.
		10′ : 6″ = 7′ : 4,2″	10′ : 7″ = 7′ : 4,9″
		39′ 5,0.	39′ 48,0.
		x = 39. 0,8.	y = 39. 43,1.

1′ oder 60″ : 42,3″ = 55″ : 38,775″

Höhenparallaxe des Mondes weniger . . . 39′ 0,800.
der Refraction . . . . = 39. 39,575. od.
0° 39′ 40″

Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes . . . . = 44. 27. 5.

Summe, oder wahre Höhe des Mittelpunkts des Mondes . . . . . = 45. 6. 45.

Anmerkung.

Da hier die Verbeſſerung der Refraction wegen des Barometers und Thermometers = — 2″ iſt, oder die Refraction um 2″ vermindert werden muſs, ſo ſind die gefundenen 39′ 40″ für die Höhenparall. des ☽ wenig. der Refract. noch um dieſe 2″ zu vermehren, wodurch man die Höhenparallaxe des Mondes weniger der *verbeſſerten* Refraction = 39′ 42″ erhält, welche zur ſcheinbaren Höhe des Mittelpunkts des ☽ = 44° 27. 5. addirt, die wahre Höhe des Mittelpunkts des Mondes giebt = 45. 6. 47. = B und ſo ſoll dieſe Höhe in der folgenden Rechnung angeſetzt werden.

4) Nunmehro iſt man in den Stand geſetzt, den wahren Abſtand der Mittelpunkte der Sonne und des Monds = x, ſo wie er in dem Mittelpunkte der Erde erſcheinen würde, nach der Formel des *Borda*, *Delambre* oder *Dunthorn* zu berechnen. Die Data zur Rechnung ſind nemlich folgende:

D	=	116° 39′ 43″
a	=	18. 52. 48.
A	=	18. 50. 18.
b	=	44. 27. 5.
B	=	45. 6. 47.

Rechnung nach Borda.

Seite 129.

$D =$	116° 39′ 43″			
$a =$	18. 52. 48.	Compl. Cofin.	0,0240178	
$b =$	44. 27. 5.	Compl. Cofin.	0,1463962	
$a+b+D =$	179. 59. 36.			
$S =$	89. 59. 48.	Cofin.	5,7647561	
$S-D =$	−26. 39. 55.	Cofin.	9,9511643	
$A =$	18. 50. 18.	Cofin.	9,9760901	
$B =$	45. 6. 47.	Cofin.	9,8486264	
$2W =$	63. 57. 5.	Summe	35,7110509	
		Hälfte	17,8555254	Unterfchied
$W =$	31. 58. 32.	Sum. Cofin.	9,9285362	7,9269892 = log. Sin. u
$u =$	0. 29. 3.	Sum. Cofin.	9,9999845	

$me =$ log. Sin. $\frac{1}{2}x$ . . . 9,9285207

$\frac{1}{2}x = 58°\ 1'\ 16''$

$x = 116.\ 2.\ 32.$

Wahrer Abftand der Mittelpunkte von ☉ und ☾.

5) Iſt der wahre Abſtand des Mondes von der Sonne gefunden, ſo beſtimmt man hieraus die Zeit eines Orts, deſſen Länge bekannt iſt, z. B. vermittelſt der Connaiſſance des Tems die Zeit zu Paris, für den Augenblick der Beobachtung, da nemlich nach den aſtronomiſchen Tafeln der wahre Abſtand des Mondes von der Sonne ſo groſs war, als er ſo eben durch die vorhergehende Rechnung gefunden worden iſt; und hiezu dienen die Columnen der Abſtände des Mittelpunkts des Mondes von der Sonne (*Diſtance du centre de la lune au ſoleil et aux étoiles*) auf folgende Art:

Man ſucht, im gegenwärtigen Beyſpiele: für den 26. April, diejenigen zwey Abſtände des ☽ von der ☉, zwiſchen welche der durch die Beobachtung gefundene wahre Abſtand x fällt; ſetzt beyde unter den wahren Abſtand x, doch ſo, daſs man denjenigen, welcher der Beobachtung vorangeht, zuerſt ſchreibt; hierauf nimmt man die Unterſchiede zwiſchen der erſten und zweyten Gröſse, und dann zwiſchen der zweyten und dritten Gröſse. Endlich ſetzt man folgende Proportion an:

2ter Unterſchied : 3St. = 1ſter Unterſchied : 4ten Proportionalzahl y

und addirt dieſe 4te Proportionalzahl zur Zeit des Abſtandes, welcher der Beobachtung vorangeht, die Summe iſt die geſuchte Zeit, und zwar zu Paris, wenn die Conn. d. Tems dabey gebraucht worden iſt.

Rechnung.

Wahrer Abſtand x . . 116° 2′ 32″

			Unterſchiede	
Abſtände aus d Conn. d. Tems	1ſter Abſt.		. . . 0° 23′ 27″	1ſter
	um 6 Uhr	115. 39. 5.		
	2ter Abſt.		. . . 1. 30. 4.	2ter
	um 9 Uhr	117. 9. 9.		

1° 30′ 4″ : 3 St. = 0° 23′ 27″ : y

	St. ′ ″
d. i. 5404″ : 10800″ = 1407″ : y″ = 2812″ =	0. 46. 52.
Zeit des vorangehenden Abſtandes . . .	6. 0. 0.
Summe =	6. 46. 52.

dies

ist die gesuchte Zeit zu Paris, da nach den astronomischen Tafeln der Abstand des Mondes von der Sonne $x = 116^\circ\ 2'\ 32''$ war.

6) Nunmehro berechnet man aus der beobachteten wahren Höhe des Mittelpunkts der Sonne . . . . $= A$,
der Breite des Orts der Beobachtung . . . $= \varepsilon$,
und der Abweichung der Sonne oder ihrer Polardistanz für die gefundene Zeit zu Paris, da nach den astronomischen Tafeln der wahre Abstand des Mondes von der Sonne $= x$ war . . . . $= 90^\circ - \delta$,
die wahre Zeit des Orts, wo die Beobachtung geschah, nach Seite 3 und 4.

Rechnung.

Aus der Connaissance des Tems für 1787 sucht man die Polardistanz der Sonne für die Zeit zu Paris den 26 April $6^{\text{Uhr.}}\ 46'\ 52''$ oder $6^{\text{U.}}\ 46{,}866'$ d. i. $6{,}78^{\text{St.}}$ Abends, folgendergestalt:

Abweich. d. Sonne Mittags d. 26. April, Nö. $13^\circ\ 34'\ 31''$
d. 27. — — 13. 53. 40.
Unterschied . . 0. 19. 9.
= 1149.

$$24^{\text{St.}} : 1149'' = 6{,}78^{\text{St.}} : z''.$$

Log.	1149	=	3,0603200
log.	6,78	=	0,8312297
Compl. log.	24	=	8,6197887
log.	z	=	2,5113384
	z	=	324,59″
		=	0 5′ 24,59″
			13 34 31,00 Nö. u. zunehm.
			13 39 56. —
			90 0 0.
	$90^\circ - \delta$	=	76. 20. 4.
	A	=	18. 50. 18.
	ε	=	16. 10. 0. Nö.

Hieraus wird nun die wahre Zeit nach S. 4 berechnet:

Wahre Höhe der ⊙	18°	50′	18″		
Breite	16.	10.	0.	Compl. Cosin.	0,0175226
Polardistanz	76.	20.	4.	Compl. Sin.	0,0124717
Summe	111.	20.	22.		
Hälfte	55.	40.	11.	Cosin.	9,7512502
Hälfte — A	36.	49.	53.	Sin.	9,7777618
				Summe	19,5590063
				Hälfte	9,7795031

Diese ist log. Sin. des halben Stundenwinkels . . . 37° 0′ 14″

Dieser multipl. mit . . . 8

0 St. 296′ 0″ 112‴

= 4. 56. 1. 52.

oder 4. 56. 2.

wahre Zeit der Beobachtung an dem Orte, wo sie geschah.

7) Endlich nimmt man den Unterschied zwischen der Zeit der Beobachtung zu Paris, und der Zeit derselben an dem Orte, wo sie geschah, und verwandelt diesen Unterschied in Theile des Aequators; so erhält man die gesuchte Länge des Orts.

Zeit der Beobachtung zu Paris	6 St. 46′ 52″.
Zeit des Orts	4. 56. 2.
Längenunterschied in Zeit, oder Mittagsunterschied zwischen Paris und dem Beobachtungsorte	1. 50. 50.
1 St. =	15° 0′ 0″
50′ =	12. 30. 0.
50″ =	0. 12. 30.
Längenunterschied in Graden, Westlich von Paris	27. 42. 30.

Beyspiel 2.

1) *Mittlere Höhe des untern Sonnenrandes* =	22° 26′ 40″
Mittlere Höhe des untern Mondrandes =	55. 28. 54.
Mittlerer beobachteter Abstand des ☽ *von der* ☉ . . . . =	67. 36. 50.

Diese Beobachtungen geschahen den 10. September 1792, um 8 Uhr Früh, unter der Polhöhe von 50° 56′ 17″ Nördlich. Die Länge des Orts war ohngefähr 8° 30′ oder 0 St. 34′ östlich von Paris.

2) Um die Horizontalparallaxe des Mondes zu erhalten, weiss man, dass es 8 Uhr Früh war, als die Beobachtung geschah, und dass der Beobachter 8° 30′ oder in Zeit 0 St. 34′ östlich von Paris entfernt war; es war folglich erst 7 Uhr 26′ Früh zu Paris. Dahero sucht man aus der Connaiss. des Tems auf 1792, die Mondparallaxe für den 10. Sept. um $7\frac{1}{2}$ Uhr Früh; diese findet sich nun = 54′ 11″. Für dieselbe Zeit ergiebt sich gleichfalls hieraus der horizontale Halb-

meſſer des Mondes = 14′ 48″. Hiezu muſs noch ſeine Vergröſserung zu 55° ſcheinbarer Mondhöhe, welche = 12″ iſt, addirt werden, dadurch erhält man den verbeſſerten Halbmeſſer des Mondes = 15′ 0″. Endlich iſt der Halbmeſſer der Sonne am 10. Septemb. = 15′ 57″.

3) α) Mittlerer beobachteter Abſtand der beyden Ränder von Sonne und Mond	= 67° 36′ 50″
Hiezu addirt den Halbmeſſer der Sonne	= 0. 15. 57.
Ferner den verbeſſerten Halbmeſſer des Mondes	= 0. 15. 0.
Summe, oder Scheinbarer Abſtand der Mittelpunkte von ☉ und ☽	= 68. 7. 47. = D
β) Mittlere beobachtete Höhe des untern Sonnenrandes	= 22° 26′ 40″
Hiezu addirt den Halbmeſſer der Sonne	= 0. 15 57.
Summe, oder Scheinbare Höhe des Mittelpunkts der ☉ . . .	= 22. 42. 37. = a
γ) Hievon ſubtrahirt die Refraction weniger der Parallaxe, für 22,7° ſcheinbare Höhe	= 0° 2′ 8″
Reſt, oder Wahre Höhe des Mittelpunkts der ☉	= 22. 40. 29. = A
δ) Mittlere beobachtete Höhe des untern ☽randes	= 55° 28′ 54″
Hiezu addirt den verbeſſerten Halbmeſſer des ☽	= 0. 15. 0.
Summe, oder Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des ☽ . . .	= 55. 43. 54. = b

3) Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes . . . . $55^\circ\ 43,9'$
Horizontalparallaxe des Mondes . . 0. 54. 11″

		54′		55′
Die Tafel giebt	55° 40′ . . .	29′ 47″	. . .	30′ 21″
	55. 43,9. . . .	x	. . . . .	y
	55. 50. . . .	29. 40.	. . .	30. 14.

10″ : 7″ = 3,9″ : 2,73″ . . . . 2,73″
29′ 47,00. 30′ 21,00.
x = 29. 44,27. y = 30. 18,27.

1′ oder 60″ : 34″ = 11″ : 6,233″
x = 29′ 44,27.

Höhenparallaxe des ☽ weniger der Refraction . . . . = 29. 51.
Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des ☽ . . . . = 55° 43 54.
Summe, oder wahre Höhe des Mittelpunkts des ☽ . . . . . . = 56. 13. 45.
= B

4) D = 68° 7′ 47″
a = 22. 42. 37. . . Compl. Cos. 0,0350483
b = 55 43 54. . . Compl. Cos. 0,2494381
a+b+D = 146. 34. 18.
S = 73. 17. 9. . . . Cosin. 9,4587849
S−D = 5. 9. 22. . . . Cosin. 9,9982391
A = 22. 40. 29. . . . Cosin. 9,9650644
B = 56. 13. 45. . . . Cosin. 9,7449752
2.W = 78. 54. 14. Summe 39,4515500
Hälfte 19,7257750 } Untersch. 9,8380689 = log. Sin. u
W = 39. 27. 7. . Summe { Cos. 9,8877061 }
u = 43. 31. 56. . { Cos. 9,8603303
me, log. Sin. $\frac{1}{2}$ x . . 9,7480364
$\frac{1}{2}$ x = 34° 2′ 32,2″
x = 68. 5. 4.

Oder:

Die Rechnung nach *Delambre* geführt:

D =	68° 7′ 47″					
a =	22 42 37.	. . . Compl. Cosin.	0,0350483			
b =	55. 43. 54.	. . . Compl. Cosin.	0,2494381			
A =	56. 13. 45.	. . . . Cosin.	9,7449752			
B =	22. 40. 29.	. . . . Cosin.	9,9650644			
a+b+D =	146. 34. 18.	log. 2 . . .	0,3010300			
S =	73. 17. 9.	. . . . Cosin.	9,4587849			
S—D =	5. 9. 22.	. . . . Cosin.	9,9982391			
		Summe . . .	9,7525800	=	log.	0,565692
2 W =	78. 54. 14.	. . . . Cosin.	9,2843300	=	log.	0,192455
					Cosin. x =	0,373237
					log. Cosin. x =	9,5719847
					x =	68° 5′ 4″

wie vorher
nach *Borda*.

5) Wahrer Abstand x . . 68° 5′ 4″ Unterschiede

Abstände aus d. Conn. d. Tems	1ster Abst.	. . . 0° 40′ 46″	1ster
	um 6 Uhr 68. 45. 50.		
	2ter Abst.	. . . 1. 21. 22.	2ter
	um 9 Uhr 67. 24. 28.		

$$1^\circ\ 21'\ 22'' : 3^{St.} = 0^\circ\ 40'\ 46'' : y$$

oder $4882'' : 10800'' = 2446'' : y$

log. 10800	= 4,0334238
log. 2446	= 3,3884565
Compl. log. 4882	= 6,3114022
log. y	= 3,7332825
y	= 5411,06″
	= 1 St. 30′ 11″
Zeit des vorangehenden Abstandes	= 6. 0. 0.
Summe	= 7. 30. 11.

Zeit zu Paris, da nach den astronomischen Tafeln der Abstand des Mondes von der Sonne = 68° 5′ 4″ war.

---

6) Die Connaiss. d. Tems auf 1792 giebt:

Abweich. der ☉ Mittags d. 9. Sept. Nö.	4° 58′ 45″
d. 10. — —	4. 35. 56.
Unterschied	0. 22. 49.
	= 1369.

$$24^{St.} : 1369'' = 19{,}5^{St.} : z$$

log. 1369	= 3,1364034
log. 19,5	= 1,2900346
compl. log. 24	= 8,6197887
log. z	= 3,0462267

z = 1112″
= 0° 18′ 32″
4. 58. 45. Nördl. und abnehmend.

4. 40. 13. —
90. 0. 0.

90° — δ =	85. 19. 47. . . .	Compl. Sin.	0,0014444
A =	22. 40. 29.		
ε =	50. 56. 17. Nö.	Compl. Cof.	0,2005490
Summe . . .	158. 56. 33.		
Hälfte . . .	79. 28. 16.	Cofin.	9,2618129
Hälfte - A . .	56. 47. 47.	Sin.	9,9225852
		Summe	19,3863915
		Hälfte	9,6931957
		log. Sin. halb. Stundenw.	29° 33′ 51″
			× 8
			232′ 264″ 408″
		=	3 St. 56. 30. 48.
		fubtrahirt von	12. 0. 0. 0.
Wahre Zeit der Beobachtung an dem Orte, wo fie gefchah			8. 3. 29.

---

7) Zeit der Beobachtung zu Paris . . . . 7 St. 30′ 11″
Zeit des Orts . . . . 8. 3. 29.

Mittagsunterfchied 0. 33. 18
33′ = 0° 8′ 15″
18″ = 0. 4. 30.

Längenunterfchied in Graden, öftlich von Paris . . . . 0. 12. 45.

Berechnung der Länge aus Monddiſtanzen, wenn die Meſſungen der Abſtände und der Höhen von Sonne und Mond nur von einem einzigen Beobachter geſchehen können.

Wenn drey Beobachter da ſind, ſo werden von dieſen Höhe des Monds, Höhe der Sonne, und Abſtand des Mondes von der Sonne, zu einerley Zeit gemeſſen. *Ein* Beobachter aber, der die Höhen beyder Geſtirne zu einerley Zeitaugenblick mit den Abſtänden nicht nehmen kann, geht ſo zu Werke:

Er bemerkt die Zeit jeder Beobachtung, die er für ſich allein anſtellt, an einer Sekundenuhr, und macht mit Meſſung zweyer oder dreyer Sonnenhöhen, und zweyer oder dreyer Mondhöhen den Anfang; hierauf nimmt er drey, vier, oder fünf Abſtände; endlich miſst er wieder zwey oder drey neue Sonnen- und eben ſo viel Mondhöhen; dies giebt fünf Reihen von Beobachtungen, dieſe werden der Ordnung nach hingeſchrieben, bey jeder Beobachtung wird noch die Zeit der Uhr bemerkt, und alle zuſammen ſind nun auf drey gleichzeitige zu reduziren. Daher dividirt man die Summe jeder Reihe von Beobachtungen durch ihre Anzahl, wodurch man zwey mittlere Höhen jedes Geſtirns, und einen mittlern Abſtand erhält, der einer mittlern Zeit zugehört; alsdann dienen die mittlern Höhen vor und nach den Abſtänden, um durch Interpolation, die Höhe der Sonne und die Höhe des Mondes zu finden, welche zur mittlern Zeit der beobachteten Abſtände, und alſo dem mittlern Abſtande zugehören.

Da die Genauigkeit dieſes Verfahrens von der Vorausſetzung abhängt, daſs die Bewegungen beyder Geſtirne den verfloſſenen Zeiten proportional ſind; eine ſolche Annahme aber nur als wahr angeſehen wer-

den kann, so fern Bewegungen in kleinen Zeiträumen mit einander verglichen werden, so muss man die Beobachtungen gleich hinter einander machen, und sie so nahe an einander zu bringen suchen, dass die verflossene Zeit zwischen der ersten und letzten Höhenbeobachtung nicht mehr, als etwa 20 oder 25′ ausmacht.

Beyspiel.

Es seyen am 8. May 1790 des Nachmittags halb 4 Uhr unter der Nördlichen Breite von 43° 15′, und einer geschätzten Länge = 165° westlich von Paris, von einem einzigen Beobachter nachfolgende Höhen- und Distanzenbeobachtungen, mit drey verschiedenen Werkzeugen gemacht worden. Das eine, mit dem die Höhen der Sonne gemessen worden sind, gab die Winkel um 3′ 28″ zu gross; das andere, mit welchem die Höhen des Mondes beobachtet wurden, gab die Winkel um 4′ 28″ zu gross, und das dritte Werkzeug, mit welchem die Abstände von Sonne und Mond genommen wurden, gab sie um 30″ zu klein an; bey jeder Beobachtung ist die Zeit der Uhr bemerkt worden. Man verlangt hieraus die Bestimmung der Länge des Beobachtungsortes.

Gegebene Beobachtungen.

	Zeiten der Beobachtungen an der Uhr.			Erste Höhen des untern Sonnenrandes.			
	St.	′	″	°	′	″	
	3	30.	15.	36.	37.	40.	
	3.	31.	20.	36.	46.	10.	
Summe . . .	7.	1.	35.	73.	23.	50.	
Hälfte . . .	3.	30.	47.	36.	41.	55.	*Erste mittlere ☉höhe*

Zeiten der Beobachtungen an der Uhr.				Erste Höhen des untern Mondrandes.			
	St.	′	″	°	′	″	
	3.	32.	12.	50.	25.	20.	
	3.	33.	30.	50.	17.	30.	
Summe ..	7.	5.	42.	100.	42.	50.	
Hälfte ...	3.	32.	51.	50.	21.	25.	*Erste mittlere ☽höhe.*

				Abstände der Sonne und des Mondes.			
	3.	34.	24.	55.	15.	25.	
	3.	35.	36.	55.	14.	49.	
	3.	36.	30	55.	14.	0.	
	3.	37.	29.	55.	13.	15.	
	3.	38.	41.	55.	12.	21.	
Summe ..	18	2.	40.	276.	9.	50.	
Fünftel ..	3.	36.	32.	55.	13.	58.	*Mittlerer Abstand des ☽ von der ☉.*

				Zweyte Höhen des untern Sonnenrandes.			
	3.	39.	48.	37.	48.	0.	
	3.	40.	40.	37.	56.	32.	
Summe ..	7.	20.	28.	75.	44.	32.	
Hälfte ...	3.	40.	14.	37.	52.	16.	*Zweyte mittlere ☉-höhe.*

				Zweyte Höhen des untern Mondrandes.			
	3.	41.	42.	49.	14.	18.	
	3.	42.	48	49	6.	10.	
Summe ..	7.	24.	30.	98.	20.	28.	
Hälfte ...	3.	42.	15.	49.	10.	14.	*Zweyte mittlere ☽-höhe.*

Hier ist fürs erste die Summe der zwey ersten Sonnenhöhen, und der dazu gehörigen Zeiten an der Uhr genommen, und jede Summe durch 2 dividirt

worden, dies hat eine erſte mittlere Sonnenhöhe gegeben, wozu als Zeit 3 St. 30′ 47″ gehört. Eben dies iſt mit den zwey erſten Mondhöhen, ſo wie auch mit den zweyten Sonnen- und zweyten Mondhöhen geſchehen. Es iſt ferner die Summe der beobachteten Abſtände und der dazu gehörigen Zeiten gemacht, und jede Summe durch 5, als der Anzahl der genommenen Abſtände, dividirt worden, dadurch iſt ein mittlerer Abſtand des ☽ von der ☉ um 3 U. 36′ 32″ Uhrzeit, erhalten worden. Durch dieſe Operationen ſind alſo die ſämmtlichen Beobachtungen auf nachſtehende Fünf, nemlich auf 2 mittlere Sonnenhöhen, 2 mittlere Mondhöhen, und einen mittlern Abſtand der Sonne und des Mondes, gebracht worden:

	°	′	″	*Zeit der Beobachtungen.* St.	′	″
Erſte mittlere ☉höhe . . .	36.	41.	55	3.	30.	47.
Erſte mittlere ☽höhe . . .	50.	21.	25.	3.	32.	51.
Mittlerer Abſtand des ☽ von der ☉	55.	13.	58.	3.	36.	32.
Zweyte mittlere ☉höhe . .	37.	52.	16.	3.	40.	14.
Zweyte mittlere ☽höhe . .	49.	10.	14.	3.	42.	15.

Nunmehro reduzirt man die mittlern Höhen jedes Geſtirns auf die mittlere Zeit des Abſtandes, d. i. man ſucht durch Rechnung zu beſtimmen, wie groſs die Höhe der Sonne und die Höhe des Mondes um 3 U. 36′ 32″, als der Zeit der Beobachtung des mittlern Abſtandes des ☽ von der ☉, geweſen iſt. Dies geſchiehet nun folgendergeſtalt:

Man nimmt erſtens den Unterſchied zwiſchen der erſten und zweyten mittlern {Sonnen- oder Mond-} höhe, = H, ſo wie auch den Unterſchied der dazu gehöri-

gen Zeiten = I; hierauf den Unterſchied zwiſchen der Zeit der Beobachtung der erſten mittlern {Sonnen / oder / Mond-} höhe und der Zeit des mittlern Abſtandes = M; und ſetzt alsdann folgende Proportion an:

Die verfloſſene Zeit zwiſchen den zwey mittlern {Sonnen / oder / Mond-} höhen : zum Unterſchiede eben dieſer Höhen = wie die verfloſſene Zeit zwiſchen der erſten mittlern {Sonnen- / oder / Mond-} höhe und des mittlern Abſtandes : zur vierten Proportionalzahl N, oder I : H = M : N

Die hieraus ſich ergebende vierte Proportionalzahl N wird zur erſten mittlern {Sonnen- / oder / Mond} höhe addirt, oder davon abgezogen, je nachdem die Höhe {der Sonne / oder / des Mondes} zu- oder abnimmt. Die Summe oder der Reſt giebt die mittlere Höhe {der Sonne / oder / des Mondes}, welche zu dem mittlern Abſtande des ☽ von der ⊙ gehört.

Auf dieſe Art hat man alſo die Beobachtungen auf drey gleichzeitige gebracht, und es iſt nichts weiter übrig, als dieſe drey letztern nach der vorigen Methode Seite 134 u. folg. ſo zu berechnen, als wenn ſie von drey Beobachtern zu gleicher Zeit angeſtellt worden wären.

Rechnung.

Reduction der Sonnenhöhen.

	Mittlere ⊙höhen.	Dazu gehörige Zeit.	Zeit der ersten mittlern ⊙höhe.
	° ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″
Die Erste	36. 41. 55.	3. 30. 47.	3. 30. 47.
Die Zweyte ...	37. 52. 16.	3. 40. 14.	Zeit des mittlern Abstandes des ☽⊙
Unterschiede ..	1. 10. 21.	0. 9. 27.	3. 36. 32.
	1° = 3600.	9′ = 540.	0. 5. 45.
	10′ = 600.	27″ = 27.	5′ = 300.
	21″ = 21.	I = 567.	45″ = 45.
	H = 4221.		M = 345.

Proportion.

567 : 4221 = 345 : N
Log. 4221 = 3,6254154
log. 345 = 2,5378191
Compl. log. 567 = 7,2464169

log. N = 3,4096514
N = 2568″
= 0° 42′ 48″
addirt zu .... 36. 41. 55.
Erste mittlere ⊙höhe.

Summe .... 37. 24. 43.
Mittlere ⊙höhe für den mittlern Abstand des ☽ von der ⊙.

Reduction der Mondhöhen.

	Mittlere ☽höhen.	Dazu gehörige Zeiten.	Zeit der erſten mittlern ☽höhe.
	° ′ ″	St. ′ ″	St. ′ ″
Die Erſte . . .	50. 21. 25.	3. 32. 51.	3. 32. 51.
Die Zweyte . .	49. 10. 14.	3. 42. 15.	Zeit des mittlern Abſtandes des ☽⊙.
			3. 36. 32.
Unterſchiede . .	1. 11. 11.	0. 9. 24.	0. 3. 41.
	1° = 3600.	9′ = 540.	3′ = 180.
	11′ = 660.	24″ = 24.	41″ = 41.
	11″ = 11.		
	H = 4271.	I = 564.	M = 221.

Proportion.

564 : 4271 = 221 : N

Log. 4271 = 3,6305296

log. 221 = 2,3443923

Compl. log. 564 = 7,2487209

log. N = 3,2236428

N = 1673″

= 0° 27′ 53″

ſubtr. von . . . . 50. 21. 25.

Erſte mittlere ☽höhe.

Reſt . . . . 49. 53. 32.

Mittlere ☽höhe für den mittlern Abſtand des ☽ von der ⊙.

Man hat alſo nunmehro aus allen Beobachtungen folgende drey gleichzeitige erhalten, die, ehe man ſelbige in Rechnung nimmt, von dem Fehler des Werkzeuges befreyt werden müſſen.

	Höhe des untern Sonnenrandes.	Höhe d. untern Mondrandes.	Abſtand des Mondes von der Sonne.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
	37. 24. 43	49. 53. 32.	55. 13. 58.
Irrthum des Werkzeuges	− 3. 28	− 4. 28.	+ 0. 30.
	37. 21. 15.	49. 49. 4.	55. 14. 28.

Die drey gegebenen gleichzeitigen Beobachtungen

welche nunmehro nach Seite 134 u. folg. zu berechnen ſind, ſind alſo folgende:

Höhe des untern Sonnenrandes . . . . = 37° 21′ 15″
Höhe des untern Mondrandes . . . . = 49. 49. 4.
Abſtand des Mondes von der Sonne . . = 55. 14. 28.

1) Dieſe Beobachtungen geſchahen den 8. May 1790 um 3 Uhr 30′ Nachmittage, unter der Polhöhe von 43° 15′ Nördlich. Die Länge des Orts war ohngefähr 165° oder 11 St. 0′ weſtlich von Paris.

2) Um die Horizontalparallaxe des Mondes zu erhalten, erwäge man, daſs es den 8. May $3\frac{1}{2}$ Uhr Abends war, als die Beobachtung geſchah, und der Beobachter 165° oder in Zeit 11 St. weſtlich von Paris entfernt war; es war folglich ſpäter und ſchon 14 St. 30′ Ab. d. i. 2 U. 30′ Früh den 9. May zu Paris. Dahero ſucht man aus der Conn. d. Tems auf 1790 die Mondparallaxe für den 9. May um 2 Uhr 30′ Früh, dieſe findet ſich = 54′ 10″. Für dieſelbe Zeit findet man ebenfalls hieraus den horizontalen Halbmeſſer des Mondes = 14′ 48″. Hiezu muſs noch ſeine Vergröſserung zu 50° ſcheinbarer Mondhöhe, welche

= 11″ ist, addirt werden, dadurch erhält man den verbesserten Halbmesser des Mondes = 14′ 59″. Endlich: Halbmesser der Sonne den 9. May = 15′ 53″.

3) α) Abstand ☉☽	55°	14′	28″
Halbmesser ☉	0.	15.	53.
Verbesserter Halbmesser ☽ . . .	0.	14.	59.
D =	55.	45.	20.
β) Höhe des untern ☉randes	37°	21′	15″
Halbmesser der ☉	0.	15.	53.
a =	37.	37.	8.
γ) Refract. — Parall. für 37,6° scheinbare Höhe	0.	1.	7.
A =	37.	36.	1.
δ) Höhe des untern ☽randes	49°	49′	4″
Verbess. Halbmesser des Mondes	0.	14.	59.
b =	50.	4.	3.
ε) Scheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes	50°	4′	0″
Horizontalparall. des Mondes . . .	0.	54.	10.

		54′	55′
Die Tafel giebt	50° 0′	33′ 55″	34′ 33″
	50. 4.	x	y
	50. 10.	33. 48.	34. 26.
	10′ : 7″ = 4′ : 2,8″		2,8″
		33′ 55,0.	34′ 33,0.
		x = 33. 52,2.	y = 34. 30,2.

60″ : 38″ = 10″ : 6,3″

x = 33′ 52,2.

Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction		33.	58.
b . .	50°	4.	3.
B =	50.	38.	1.

4) D =	55° 45′ 20″				
a =	37. 37. 8.	. . . . . . Compl. Cosin.	0,1012247		
b =	50. 4. 3.	. . . . . . Compl. Cosin.	0,1925430		
$a+b+D$ =	143. 26. 31.				
S =	71. 43. 15.	. . . . Cosin.	9,4964414		
$S-D$ =	15. 57. 55.	. . . . Cosin.	9,8829170		
A =	37. 36. 1.	. . . . Cosin.	9,8988824		
B =	50. 38. 1.	. . . . Cosin.	9,8022790		
2. W =	88. 14. 2.	Summe . .	39,4742875		
		Hälfte . . .	19,7371437	}	Unterschied
W =	44. 7. 1.	. . . . . . Sum- { Cosin.	9,8560763	{	9,8810674
u =	49. 30. 12.	. . . . . . { Cosin.	9,8125148		= log. Sin. u
		me, log. Sin. $\frac{1}{2}x$ . . .	9,6685911		
		$\frac{1}{2}x$ =	27° 47′ 21″		
		x =	55. 34. 42.		

Wahrer Abstand der Mittelpunkte von ☉ und ☽.

5) Wahrer Abſtand x . . $55° 34' 42''$ Unterſchiede.

Abſtände aus d. Conn. d. Tems auf 1790.	1ſter Abſt. um 12 U. Nachts den 8. May. 56.51.44.	1° 17′ 2″	1ſter.
	2ter Abſt. um 15 Uhr den 8. May . . 55.30.11.	1. 21. 33.	2ter.

$1° 21' 33'' : 3^{St.} = 1° 17' 2'' : y$

d. i. $4893'' : 10800'' = 4622'' : y''$

log. 10800 = 4,0334238
log. 4622 = 3,6648299
Compl. log. 4893 = 6,3104248

log. y = 4,0086785
y = 10201,8″
= $2^{St.}$ 50′ 2″

Zeit des vorangehenden Abſtandes . . = 12. 0 0.

Summe . . . = 14. 50. 2 die geſuchte Zeit zu Paris den 8. May (d. i. 2 U. 50′ 2″ früh d. 9. May) da nach den aſtronom. Tafeln der Abſtand des Mondes von der Sonne x = 55° 34′ 42″ war.

6) $14^{St.} 50' 2'' = 14^{St.} 50',0333 \ldots = 14,834^{St.}$
Abweichung der ☉ Mittags den
8. May 1790 . . . . . . Nö. 17° 12′ 37″
den 9. May . . . . — 17 28. 38.
Unterſchied in $24^{St.}$ . . . 0. 16 1.
= 961.

$24^{St.} : 961'' = 14,834^{St.} : z$

log. 961 = 2,9827234
log. 14,834 = 1,1712583
Compl. log. 24 = 8,6197887
log. z = 2,7737704

z = 594″
= 0° 9′ 54″
17. 12. 37. Nördl. und zunehmend.

17. 22. 31. —
90. 0. 0.

90° − δ = 72. 37. 29. . . . Compl. Sin. 0,0202836
A = 37. 36. 1.
ε = 43. 15. 0. Nö. . . Compl. Cof. 0,1376474

Summe . . 153. 28. 30.
Hälfte . . 76. 44. 15. . . . . Cofin. 9,3606175
Hälfte − A 39. 8. 14. . . . . Sin. 9,8001531

Summe . . . 19,3187016
Hälfte 9,6593508
Diefe ift log. Sin. des halb. Stundenw. . . 27° 9′ 19″
multipl. mit 8

216′ 72″ 152‴

Wahre Zeit der Beobachtung an dem Orte, wo fie gefchah, den 8. May 1790 Nachmittage . . . = 3St. 37′ 14,5″

7) Zeit der Beobachtung zu Paris = 14. 50. 2,0.
Mittagsunterfchied zwifchen Paris und dem Beobachtungsorte = 11. 12. 47,5.
11 St. = 165° 0′ 0″
12′ = 3. 0. 0.
47″ = 0. 11. 45.
0,5″ = 0. 0. 7,5.

Gefuchte Länge weftl. von Paris = 168° 11′ 52,5″

Bestimmung der Länge durch Abstände des Mondes von der Sonne, wenn die Uhr durch übereinstimmende oder einzelne Sonnenhöhen berichtigt ist, um die wahre Zeit der Beobachtungen angeben zu können, und wenn für die nunmehr bekannte wahre Zeit der Beobachtungen der Distanzen die Höhen der Sonne und des Mondes, welche, um den wahren Abstand zu finden, nöthig sind, durch Rechnung bestimmt werden.

I. Aus den beobachteten Abständen (wenn mehrere genommen worden sind) und den dazu gehörigen Zeiten nimmt man das Mittel, so erhält man einen *mittlern beobachteten Abstand des Mondes von der Sonne*, an welchen man alsdann den Irrthum des Werkzeugs anbringt, und eine dazu gehörige wahre Zeit der Beobachtung im Mittel. Hieraus schliesst man sogleich, vermittelst der geschätzten Länge des Beobachtungsorts, z. B. von Paris aus, auf die Zeit, die es, als die mittlere Beobachtung eintraf, zu Paris war.

II. Man berechnet den Stundenwinkel der Sonne und des Mondes, so wie auch die Abweichung oder Polardistanz derselben.

III. Dieser Stundenwinkel und Polardistanzen beyder Gestirne bedient man sich, die wahren Höhen des Mondes und der Sonne, und hierauf die scheinbaren, so wie auch den scheinbaren Abstand der Mittelpunkte, zu berechnen.

IV. Alsdann macht man die Rechnung für den wahren Abstand der Mittelpunkte von Sonne und Mond, $= x$, und schliesst hieraus auf die Zeit zu Paris, da nach den astronomischen Tafeln der Abstand der Sonne und des Mondes $= x$ war. Wenn man alsdann diese Pariser Zeit von der wahren Zeit der Be-

obachtung an dem Orte, wo ſie geſchah, oder umgekehrt, dieſe von jener ſubtrahirt, ſo giebt der Unterſchied die geſuchte Länge für den Ort der Beobachtung.

Beyſpiel I.

Den 10. September 1792 um 8 Uhr Morgens, wurden unter der Nördlichen Polhöhe von 50° 56′ 17″ und einer geſchätzten Länge = 8° 23′ 48″ öſtlich von Paris, folgende vier Abſtände des Mondes von der Sonne zu den daneben ſtehenden wahren Sonnenzeiten genommen, woraus ſich der *mittlere beobachtete Abſtand des Mondes von der Sonne* von dem Irrthum des Inſtruments befreyt, = 67° 36′ 50″, und die *dazu gehörige wahre Zeit im Mittel* = 8 U. 3′ 29,2″ ergab. Man verlangt die wahre Länge des Orts.

Gegebene Beobachtungen und Berechnung derſelben.

I. Beobachtete Abſtände des ☾ von der ☉.	Dazu gehörige wahre Zeiten.	Reduction der Zeit auf den Pariſer Meridian.
° ′ ″	U. ′ ″	
67. 32. 0.	8. 1. 15,5.	Gegebene Länge
67. 31. 30.	8. 2. 50,5.	öſtlich von Paris
67. 31. 0.	8. 4. 13,5.	8° . . . 0 St. 32′ 0″
67. 30. 30	8. 5. 37,5.	23′ . . 0. 1. 32.
Summe 270. 5. 0.	32. 13. 57,0.	48″ . . 0. 0. 3,2.
Viertel 67. 31. 15.	8. 3. 29,2	Geſchätzter
Irrth. d.	Wahre Zeit der	Mittagsun-
Werkz. . . . + 5. 35.	Beobachtung	terſchied . . 0. 33. 35,2.
	im Mittel = A′	A′ . . . 8. 3. 29,2.
67. 36. 50.		Wahre Zeit
Mittlerer beobachteter Abſtand des Mondes von der Sonne.		zu Paris . . 7. 29. 54. = C

Berechnung der Stundenwinkel der Sonne und des Mondes.

II. a) Der Stundenwinkel der Sonne $= \tau$ ergiebt ſich aus der wahren Zeit der Beobachtung A'.

b) Für die Pariſer Zeit = C findet man aus der Connaiſſ. des Tems des gegebenen Jahres die gerade Aufſteigung der Sonne in Zeit, und verwandelt alsdann ſelbige in Theile des Aequators; ſo erhält man die gerade Aufſteigung der Sonne = M für die wahre Zeit = A' des Beobachtungsorts. Letztere, aber aſtronomiſch gezählet, wird nunmehro auch in Theile des Aequators verwandelt $= \alpha$, und zur eben gefundenen geraden Aufſteigung der Sonne = M addirt; ſo giebt die Summe $M + \alpha$, wenn ſie $< 360°$ iſt, die gerade Aufſteigung des Punktes des Aequators, der im Augenblick der Beobachtung im Meridian iſt, oder die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels = F; iſt ſie aber $> 360°$, ſo müſſen 360° von dieſer Summe ſubtrahirt werden, alsdann giebt der Reſt $(M + \alpha) - 360°$ die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels (oder die gerade Aufſteigung des Meridians des Beobachtungsorts für den Augenblick der Beobachtung) = F.

c) Eben dieſe Connaiſſ. d. Tems giebt auch für die Pariſer Zeit C durch Interpolation die gerade Aufſteigung des Mondes = I.

d) Endlich giebt I mit F verglichen, oder der Unterſchied zwiſchen I und F, den Stundenwinkel des Mondes = K.

Anmerkung.

Bey Abſtänden des Mondes von Fixſternen hat man noch den Stundenwinkel des Sterns nöthig. Da ſucht man aus der Conn. d. Tems die gerade Aufſteigung des Fixſterns für das gegebene Jahr = G, man vergleicht ſelbige mit F. ſo ergiebt ſich daraus durch den Unterſchied beyder Gröſsen der Abſtand des Fixſterns vom Meridian, oder der Stundenwinkel des Sterns = H.

Rechnung zu a)

Von 12 St. 0′ 0″
ſubtr. A′ 8. 3. 29,2.
Reſt . . . 3. 56. 30,8.
3 St. . . . . 45° 0′ 0″
56′ . . . . 14. 0. 0.
30″ . . . . 0. 7. 30.
0,8″ . . . . 0. 0. 12.
τ = 59. 7. 42.

Rechnung zu b)

Die Conn. d. Tems auf 1792 giebt den Abſtand 0° ♈ von der Sonne, am 9. Sept. zu Mittage . . 12 St. 46′ 19,0″
10. — — — . . . 12. 42. 43,1.
Abnahme in 24 Stunden . . . 0. 3. 35,9.
= 215,9.

24 St. : 215,9″ = C d.i. 19,5 St. : x
log. 215,9 = 2,3342526
log. 19,5 = 1,2900346
Compl. log. 24 = 8,6197888
log. x = 2,2440760
x = 175,4″
= 0 St. 2′ 55,4″
12. 46. 19,0.

Abſt. 0° ♈ von d. ☉, d. 9. Spt. 19 U. 29′ 54″ . . 12. 43. 23,6.
ſubtr. von . . . . 24. 0. 0,0.
Gerade Aufſteig. der Sonne, in Zeit . . 11. 16. 36,4.

11 St. . . . 165° 0′ 0″
16′ . . . 4. 0. 0.
36″ . . . 0. 9. 0.
0,4″ . . . 0. 0. 6.
M = 169. 9. 6.

20 St. . . . 300° 0′ 0″
3′ . . . 0. 45. 0.
29″ . . . 0. 7. 15.
0,2″ . . . 0. 0. 3.
α = 300. 52. 18.
M = 169. 9. 6.
M + α = 470. 1. 24.
ſubtr. . . . 360. 0. 0.
F = 110. 1. 24.

Rechnung zu c) *und* d).

Aus der Conn. d. Tems auf 1792 ist
Gerade Aufsteigung des Mondes den
9. Sept. zu Mitternacht . . . . 96° 49′ 0″
10. — — Mittage . . . . . . 103. 1. 0.

Folglich Zunahme in 12 Stunden . . . 6. 12. 0.
$= 22320.$

$12^{St.} : 22320'' = 7{,}5^{St.} : y$

log. 22320 = 4,3486942
log. 7,5 = 0,8750613
Compl. log. 12 = 8,9208188

log. y = 4,1445743
y = 13950″
= 3° 52′ 30″
96. 49. 0.

I = 100. 41. 30.
F = 110. 1. 24.

Unterschied, oder Stundenwinkel
des Mondes, gegen Abend . . K = 9. 19. 54.

Berechnung der Abweichung und Polardiſtanz der Sonne und des Mondes.

α) Die Conn. d. Tems giebt Abweichung der Sonne Mittags 1792 den 9 Sept. . . . 4° 58′ 45″ Nö.
10. — . . . . 4 35 56 —

Unterſchied . . . . 0. 22 49.
= 1369.

$24^{St.} : 1369'' = C$ d. i. $19{,}5^{St.} : u$
log. 1369 = 3,1364034
log. 19,5 = 1,2900346
Compl. log. 24 = 8,6197888
log. u = 3,0462268
u = 1112,31″
= 0° 18′ 32″
ſubtr. von 4. 58. 45. Nö. u. abn.

Abweich. der Sonne 4. 40. 13. —
ſubtr. von . . . . . 90. 0. 0.

$90° - \delta$ = 85. 19. 47. Abſtand der ☉ vom Nordpol für die wahre Zeit A′ des Beobachtungsorts.

β) Die Conn. d. Tems giebt Abweichung des Mondes 1792 d. 9. Sept. 18 Uhr 18° 2′ 0″ Nö.
10. — Mittag 17 53 0. —

Unterſchied in 6 St. . . . 0. 9. 0.
= 540.

$6^{St.} : 540'' = 1{,}5^{St.} : z$
log. 540 = 2,7323938
log. 1,5 = 0,1760913
Compl. log. 6 = 9,2218487
log. z = 2,1303338
z = 135″
= 0° 2′ 15″
ſubtr. von . . . 18. 2. 0. Nö. u. abn.

Abweichung des ☽ . . 17. 59 45. —
ſubtr. von . . . . 90. 0. 0.

$90° - \Delta$ = 72. 0. 15. Abſtand des ☽ vom Nordpol für die wahre Zeit A′ des Beobachtungsortes.

Anmerkung.

Bey Abſtänden des Mondes von Fixſternen hat man, anſtatt der Abweichung der Sonne, die Abweichung des Sterns zu wiſſen nöthig, und dieſe giebt die Connaiſſ. des Tems auf das gegebene Jahr.

III. a) *Berechnung der wahren Höhen der Sonne und des Mondes.*

Da man nun die Stundenwinkel, die Polarabſtände und auch die Polhöhe des Orts kennt, ſo laſſen ſich die Höhen beyder Geſtirne nach *Handbuch, Bd. 2. Seite 136 u. folg.* berechnen. Will man ſich der daſelbſt gegebenen zweyten Auflöſung bedienen, ſo wird, wenn man ihr folgende Einrichtung giebt, die Rechnung darnach etwas bequemer werden;

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{Sin.} \frac{1}{2} \tau . \sqrt{[\text{Sin.} (90° - \delta). \text{ Cofin. } \varepsilon]}}{\text{Sin.} \frac{1}{2} [90° \backsim (\varepsilon + [90° - \delta]))]}$$

$$\text{Sin.} \frac{1}{2} (90° - \eta) = \frac{\text{Sin.} \frac{1}{2} [90° \backsim (\varepsilon + [90° - \delta]))]}{\text{Cofin. } u}$$

alſo die Logarithmen gebraucht:

$$\text{Log. Tang. } u = \text{Log. Sin.} \frac{1}{2} \tau + \frac{1}{2} \text{log. Sin.} (90° - \delta) + \frac{1}{2} \text{log. Cof. } \varepsilon + \text{Compl. log. Sin.} \frac{1}{2} [90° \backsim (\varepsilon + [90° - \delta]))]$$

$$\text{Log. Sin.} \frac{1}{2} (90° - \eta) = \text{Compl. log. Cofin. } u + \text{log. Sin.} \frac{1}{2} [90° \backsim (\varepsilon + [90° - \delta]))]$$

Rechnung.

Für die wahre Höhe der Sonne.

τ . . . . 59° 7′ 42″
$\frac{1}{2}\tau$ . . . . . . 29 33 51. . . . . . Sin. 9,6931974
$90° - \delta$ . . . 85 19 47. . . . $\frac{1}{2}$ Sin. 4,9992778
ε . . . . 50. 56 17. . . $\frac{1}{2}$ Cofin. 4,8997255

$\varepsilon + (90° - \delta)$ 136. 16. 4.
Unterfchied
von 90° . . . 46. 16. 4.
Halber Unterfchied . . 23. 8. 2. . Compl. Sin. 0,4057389

Summe 9,9979396
Diefe ift log. Tang. u . . 44° 51′ 51″
Compl. log. Cofin. u . . . 0,1494878
log. Sin. Halb. Unterfch. 9,5942611

Summe 9,7437489
Diefe ift log. Sin. $\frac{1}{2}(90° - \eta)$ . . 33° 39′ 46″
$90° - \eta$ . . 67. 19. 32.
η . . 22. 40. 28.
Die verlangte wahre Höhe der ☉.

Für die wahre Höhe des Mondes.

K . . . . 9° 19′ 54″
$\frac{1}{2}$K . . . . . . 4. 39. 57. . . . . . Sin. 8,9103265
$90° - \Delta$ . . . 72. 0. 15. . . . $\frac{1}{2}$ Sin. 4,9891083
ε . . . . 50. 56 17. . . $\frac{1}{2}$ Cofin. 4,8997255

$\varepsilon + (90° - \Delta)$ 122 56. 32.
Unterfchied
von 90° . . . 32. 56. 32.
Halber Unterfchied . . 16. 28. 16. . Compl. Sin. 0,5473981

Summe 9,3465584
Diefe ift log. Tang. u . . 12° 31′ 21″
Compl. log. Cofin. u . . . 0,0104563
log. Sin. Halb. Unterfch. 9,4526019

Summe 9,4630582
Diefe ift log. Sin. $\frac{1}{2}(90 - \eta)$ . . 16° 53′ 4″
$90° - \eta$ . . 33. 46. 8.
η . . 56. 13. 52.
Wahre Höhe des ☽.

b) *Berechnung der ſcheinbaren Höhen der Sonne und des Mondes.*

α) Man erhält die ſcheinbare Höhe der Sonne, wenn man zur wahren Höhe derſelben die ihr zukommende *Refraction — der Sonnenparallaxe* aus Tafel VI addirt.

Anmerkung.

Iſt der Abſtand von einem Fixſtern genommen worden, ſo addirt man blos die zur Höhe des Sterns gehörige Refraction.

Rechnung.

Wahre Höhe der ☉ . . . . 22° 40′ 28″ = 22,67°
Die Tafel giebt . . . . . . 1° : 7″ = 0,67° : 4,69″
ſubtr. von . . 2′ 13,00.
Refraction — Parallaxe . . . . 2. 8,31.
addirt zu . . 22° 40. 28,00.
Scheinbare Höhe der Sonne . . . . . 22. 42. 36.

β) Um die ſcheinbare Höhe des Mondes zu erhalten, ſucht man fürs erſte aus der Connaiſſ. d. Tems die Horizontalparallaxe des Mondes zur Zeit der Beobachtung; hierauf nimmt man mit dieſer und der wahren Mondhöhe aus Tafel V *die Höhenparallaxe — der Refraction*, und ſubtrahirt ſelbige von der wahren Höhe des Mondes: der Reſt giebt eine *genäherte ſcheinbare Höhe des Mondes.* Mit dieſer und der vorigen Horizontalparallaxe geht man noch einmal in dieſelbe Tafel, und findet ſolchergeſtalt *die wahre Höhenparallaxe — der Refraction.* Endlich wird dieſe letztere von der wahren Höhe des Mondes ſubtrahirt, der Reſt giebt die *verlangte ſcheinbare Höhe des Mondes.*

Rechnung.

Oben (Seite 143) iſt bereits gefunden worden: für die Zeit der Beobachtung
Horizontalparallaxe des ☽ . . . . 0° 54′ 11″
Jetzo ward gefunden: (S. 168)
Wahre Höhe des ☽ . . . . 56. 13. 52.

Die Tafel giebt:

	54′	55′
56° 10′	..29′26″..	29′59″
56. 13,86...	x	y
56. 20...	29. 18...	29. 51.

10′ : 8″ = 3,86′ : 3″ .... 3″
29′ 26. 29′ 59.
x = 29′ 23. y = 29. 56.

1′ od. 60″ : 33″ = 11″ : 6″
29′ 23.

Höhenparallaxe — der Refract. .... 29. 29.
ſubtrahirt von .. 56° 13. 52.
Genäherte ſcheinbare ☽höhe .. 55. 44 23.

	54′	55′
55° 40′	..29′47″..	30′21″
55. 44,38..	x	y
55. 50...	29. 40..	30. 14.

10′ : 7″ = 4,38′ : 3″ .... 3″
29′ 47. 30′ 21.
x = 29. 44. y = 30. 18.

60″ : 34″ = 11″ : 6″
29′ 44.

Wahre Höhenparallaxe — Refract. .. 0° 29. 50.
Wahre Höhe d. ☽ 56 13. 52.
Scheinbare Höhe des ☽ ..... 55. 44. 2.

Anmerkung.

Wenn man keine Tafeln für die Höhenparallaxe des Mondes bey der Hand hat, ſo kann man, um die zu der wahren Höhe des Mondes gehörige Höhenparallaxe q zu finden, auch folgendergeſtalt verfahren:

1) Man reduzirt die Horizontalparallaxe des Mondes für Paris (aus der Connaiſſ. d. Tems) auf diejenige für den Ort der Beobachtung $= \pi$, vermittelſt Tafel VII.

2) Nun ſucht man die zu der wahren Mondhöhe gehörige Höhenparallaxe q

Entweder indirecte durch die Gleichung

$$q = \pi . \text{ Coſin. } b$$

wo b die ſcheinbare Höhe des Mondes bedeutet. Es ſetzt nämlich dieſe Formel die ſcheinbare Höhe des Mondes ſchon als bekannt voraus; man nimmt aber anfangs ſtatt b die wahre Höhe des Mondes = B an, und ſucht damit den erſten Näherungswerth für q; dieſen ſubtrahirt man von der wahren Höhe B, ſo giebt der Reſt die ſcheinbare Höhe b des Mondes ohngefähr; dieſe letzte gebraucht man aufs neue in der

Formel $q = \pi$. Cofin. b, fo findet fich die zu der wahren Höhe B gehörige Höhenparallaxe q genauer; und diefe zuletzt gefundene genauere fubtrahirt man von der gegebenen wahren Mondhöhe $= B$, fo giebt $B - q$ die durch die Parallaxe bewirkte Höhe des Mondes.

Oder directe durch die Gleichung

$$\text{Tang. } q = \frac{\text{Sin. } \pi. \ \text{Cofin. B}}{1 - \text{Sin. } \pi. \ \text{Sin. B}}$$

auch fo: . . . $\frac{1}{2} u = 45^\circ - \frac{\pi}{2} . \frac{\text{Sin. B}}{r}$

$$q = \frac{\frac{\pi}{2}. \ \text{Cofin. B. } r}{\text{Sin. } \frac{1}{2} u. \ \text{Sin. } \frac{1}{2} u}$$

wo r der Sin. tot. ift; π wird allezeit in Sekunden ausgedrückt; fo findet fich alfo auch $\frac{\pi}{2}. \frac{\text{Sin. B}}{r}$ in Sekunden, welches auf Grade, Minuten und Sekunden zu reduziren ift, um es von $45^\circ \ 0' \ 0''$ abziehen zu können; der Reft ift $= \frac{1}{2} u$. Ferner findet fich die gefuchte Höhenparallaxe q in Sekunden, welche ebenfalls auf Grade, Minuten und Sekunden zu reduziren ift, um fie von B, d. i. der wahren Höhe des Mondes, fubtrahiren zu können.

Die Refraction des Mondes nimmt man aus den gewöhnlichen Refractionstafeln, mit $B - q$; diefe Refraction zu $B - q$ addirt, giebt nun die gefuchte fcheinbare Höhe des Mittelpunkts des Mondes $= b$.

Indirecte Rechnung.

Horizontalparallaxe des ☽ für Paris . .	$0^\circ \ 54' \ 11{,}0''$
Reduction derfelben auf die Polhöhe von 51°	$-0. \ \ 0{,}5.$
π . . .	$0. \ 54. \ 10{,}5.$
	$= \ 3250{,}5.$

Wahre Höhe des ☽, oder B . . . . . 56° 13′ 52,0
log. π 3,5119502
log. Coſin. B . . 9,7449532
log. q 3,2569034
q . . . . . 1806,77″
= 0° 30′ 6,77″
B . . . 56. 13. 52,00
Genäherte ſcheinbare ☽höhe b . . . 55. 43. 45.
log. Coſin. b . . 9,7505897
log. π 3,5119502
log. q 3,2625399
q . . . . . 1830,37″
= 0° 30′ 30,4″
B . . . 56. 13. 52,0.
B—q . . 55. 43. 22.

Directe Rechnung.

Entweder

Log. Sin. π = 8,1975071 — 10
log. Coſin. B = 9,7449532 — 10
log. 0,0087591 = 7,9424603 — 10
log. Sin. π = 8,1975071 — 10
log. Sin. B = 9,9197507 — 10
log. 0,0130996 = 8,1172578 — 10
ſubtrahirt von 1,0000000
0,9869004

Es iſt alſo: $\text{Tang. } q = \frac{0{,}008759}{0{,}986900}$

$= \frac{\text{r. } 8759}{986900}$

10 + log. 8759 = 13,9424545
— log. 986900 = 5,9942731
log. Tang. q = 7,9481814
q = 0° 30′ 30,6″

Oder

$\frac{1}{2}\pi = 0° 27' 5,3''$
$= 1625,3.$
$\log. \frac{1}{2}\pi = 3,2109335$
$\log \sin. B = 9,9197507 - 10$

$\log. 1351,09'' = 3,1306842$
$1351,09'' = 0° 22' 31''$
ſubtr. von . . 45. 0. 0.

$\frac{1}{2}u = 44. 37. 29.$ . . Compl. log. Sin. 0,1533783
. 0,1533783
$\log. \frac{1}{2}\pi = 3,2109335$
$\log. \cos B = 9,7449532$

$\log. q = 3,2626433$
$q = 1830,81''$
$= 0° 30' 30,8''$
$B = 56. 13. 52,0.$

$B - q = 55. 43. 21.$
Refract. = 0. 0. 39.

$b = 55. 44. 0.$
Die geſuchte ſcheinbare Höhe des ☽.

c) *Den ſcheinbaren Abſtand der Mittelpunkte des Mondes von der Sonne, oder den ſcheinbaren Abſtand des Fixſterns vom Mittelpunkt des Mondes zu finden.*

Aus dem beobachteten ſcheinbaren Abſtande eines Mondrandes

1) von dem Rande der Sonne, findet man den ſcheinbaren Abſtand der Mittelpunkte der ☉ und des ☽ = D, wenn man den Halbmeſſer der ☉ zu dem vergröſserten Halbmeſſer des ☽ (d. i. zum Horizontalen Halbmeſſer des ☽ + ſeiner Vergröſserung für die Mondhöhe) addirt, und die Summe von dem ſcheinbaren Abſtande der Rander ☽☉ ſubtrahirt.

2) von einem Fixſtern, findet man den ſcheinbaren Abſtand des Sterns vom Mittelpunkt des ☽ = D

a) wenn man den ☽rand beobachtet, der dem Stern am nächſten iſt:
indem man den vergröſserten Mondhalbmeſſer zu dem beobachteten Abſtande addirt;

b) wenn man den ☽rand beobachtet, der am weiteſten vom Sterne entfernt iſt:
indem man den vergröſserten Mondhalbmeſſer vom beobachteten Abſtande ſubtrahirt.

Rechnung.

Die Connaiſſ. des Tems auf 1792 giebt für den 10. Septembr. 7½ Uhr früh, den horizontalen Halbmeſſer des Mondes . . .	0°	14′	48″
Vergröſserung	0.	0.	12.
den Halbmeſſer der Sonne . . .	0.	15.	57.
Summe	0.	30.	57.
Mittlerer beobachteter Abſtand des Mondes von der Sonne, oder ſcheinbarer Abſtand der Ränder von Sonne und Mond	67.	36.	50.
Scheinbarer Abſtand der Mittelpunkte von Sonne und Mond	68.	7.	47.
	= D.		

IV. a) *Berechnung des wahren Abstandes der Mittelpunkte von Sonne und Mond.*

D =	68° 7′ 47″			
a =	22. 42. 36.	Compl. Cosin.	0,0350474	
b =	55. 44. 0.	Compl. Cosin.	0,2494566	
a+b+D =	146. 34. 23.			
S =	73. 17. 11.	Cosin.	9,4587708	
S—D =	5. 9. 24.	Cosin.	9,9982387	
A =	22. 40. 28.	Cosin.	9,9650653	
B =	56. 13. 52.	Cosin.	9,7449532	
2. W =	78. 54. 20.	Summe	39,4515320	
		Hälfte	19,7257660	Unterschied 9,8380651 = log. Sin. u
W =	39. 27. 10.	Summe, Cosin.	9,8877009	
u =	43. 31. 54.	Summe, Cosin.	9,8603343	
		Log. Sin. $\frac{1}{2}$ x	9,7480352	
		$\frac{1}{2}$ x =	34° 2′ 32″	
		x =	68. 5. 4.	Wahrer Abstand der Mittelpunkte der ☉ und des ☽.

b) Hat man ſolchergeſtalt den wahren Abſtand des Mittelpunkts des Mondes vom Mittelpunkt der Sonne oder von einem Fixſtern gefunden; ſo iſt noch zu beſtimmen, wie viel Uhr es an einem Orte, deſſen Länge bekannt iſt, z. E. zu Paris, in dem Augenblicke war, da der wahre Abſtand des Mondes von der Sonne oder von dem Sterne mit x übereinkommt. Dieſe *Zeit zu Paris* = T findet man aus der Connaiſſance des Tems, wo für einzelne Tage der wahre Abſtand des Mittelpunkts des Mondes von der Sonne oder von Fixſternen, von 3 zu 3 Stunden angegeben iſt, durch eine einfache Regel Detri; der Unterſchied der Zeiten A′ und T, d. i. der wahren Zeit der Beobachtung und der Zeit zu Paris da nach den aſtronomiſchen Tafeln der wahre Abſtand des Mittelpunkts des Mondes von dem der Sonne oder einem Fixſterne = x war, *oder* A′ ∽ T giebt den Mittagsunterſchied in Zeit zwiſchen Paris und dem Beobachtungsorte, welcher nun noch in Graden, Minuten und Sekunden ausgedrückt wird, und endlich auch, wenn man will, auf die Inſel Ferro bezogen werden kann.

Rechnung.

T	=	$7^{St.}$	30′	11″	(Man ſehe Seite 147)
A′	=	8.	3.	29.	(Seite 162)
A′ — T	=	0.	33.	18.	(Seite 148)

Beyſpiel 2.

Den 21. April 1787 um 7 Uhr Abends, wurden unter der Nördlichen Polhöhe von 15° 10′ und einer geſchätzten Länge 45° 30′ weſtlich von Paris, mehrere Abſtände des hellen Sterns α im Löwen oder des Regulus von dem entfernteſten Mondrande, der damals erleuchtet war, gemeſſen, und hieraus der mittlere Abſtand des Sterns vom Monde = 62° 12′ 15″ gefunden; auch war die wahre Zeit der Beobachtung im Mittel = 7U. 3′ 14″ Abends. Man verlangt die wahre Länge des Orts.

Rechnung zu I.

Gegebene Länge weſtlich von Paris			
45°	3 St.	0′	0″
30′	0.	2.	0.
Geſchätzter Mittagsunterſchied . . .	3.	2.	0.
A′	7.	3	14.
Geſchätzte wahre Zeit zu Paris . . .	10.	5.	14.
	= C		

Rechnungen zu II.

Rechnung zu a).

A′ . . . $7^{St.}$ = 105° 0′ 0″
. . . 3′ = 0. 45. 0.
. . . 14″ = 0. 3. 30.

τ . . . . 105. 48. 30.
= α

Rechnung zu b).

Die Conn. d. Tems auf 1787 giebt den Abstand
0° ♈ von der ☉, Mittags den 21. April . . . $22^{St.}$ 3′ 34″
— 22. — . . . 21. 59. 50.

Abnahme in 24 Stunden . . . . 0. 3. 44.
= 224.

$24^{St.}$: 224″ = C d.i. $10{,}0872^{St.}$: x
Log. 224 = 2,3502480
log. 10,0872 = 1,0037706
compl. log. 24 = 8,6197888

log. x = 1,9738074
x = 94,147″
= $0^{St.}$ 1′ 34″
22. 3. 34.

Abst. 0° ♈ von der ☉, d. 21. Apr. $10^{U.}$ 5′ 14″ Ab. . . 22. 2. 0.
Subtr. von . . . . 24. 0. 0.

Gerade Aufsteig. der Sonne, in Zeit . . . . 1. 58. 0.

$1^{St.}$ . . . 15° 0′ 0″
58′ . . . 14 30. 0.

M . . . 29. 30. 0.
α . . . 105. 48. 30.

M + α . . . 135. 18. 30.
= F.

Rechnung zu c) und d).

Gerade Aufſteigung des ☽
Mittags den 21. April . . . . . . 78° 23′ 0″
Mitternacht — — . . . . 86. 25 0.

Zunahme in 12 Stunden . . . . . 8. 2. 0.
= 28920.

$12^{St.} : 28920'' = 10{,}0872^{St.} : y$

log. 28920 = 4,4611983
log. 10,0872 = 1,0037706
compl. log. 12 = 8,9208188

log. y = 4,3857877
y = 24310,2″
= 6° 45′ 10″

addirt zu . . . . 78 23 0.

I = 85. 8. 10.
F = 135. 18. 30.

Unterſchied, oder K = 50. 10 20. Stundenwinkel des ☽.

Rechnung zur Anmerkung.

Den Stundenwinkel des Sterns zu finden.

Die Connaiſſ. d. Tems giebt die gerade Aufſteigung des Regulus auf 1787 . . . G = 149° 15′ 0″
F = 135. 18. 30.

Unterſchied, oder Stundenwinkel des Sterns . . . . H = 13. 56. 30.

Berechnung der Abweichung und Polardistanz des Sterns und des Mondes.

α) Die Connaiss. des Tems giebt die Abweichung
des Regulus für das Jahr 1787 . . . . 13° 0′ 16″ Nö.
subtrahirt von . . . . 90. 0. 0.

Abstand des Sterns vom Nordpol, . . 90° — d = 76. 59. 44.

β) Abweichung des ☽ den 21. April, 6 Uhr Abends . . . . . 24° 31′ 0″ Nördl.
— — — — — Mitternacht . . . . . . 24. 21. 0. —

Unterschied in 6 Stunden . . . . 0. 10. 0.
= 600.

6 St. : 600″ = 4,0872 St. : z dies giebt
1 : 100 = 4,0872 : z also . . . . z = 408,72.
= 0° 6′ 49.

subtrahirt von . . . . 24. 31. 0. Nördl. u. abnehm.

Abweichung des ☽ . . . . . . 24. 24. 11. —
subtrahirt von . . . . 90. 0. 0.

$90° - \Delta$ = 65. 35 49. Abstand des ☽ vom Nordpol, für die wahre Zeit A′ des Beobachtungsorts.

a.

Für die wahre Höhe des Sterns.

H . . . 13° 56′ 30″

½ H . . . 6. 58. 15. . . . . . . Sin. 9,0840901

90° — d . . 76. 59 44. . . . ½ Sin. 4,9943581

ε . . . . 15. 10. 0. . . . ½ Cofin. 4,9923016

ε + (90° − d) 92. 9. 44.

Unterfchied von 90° . . 2. 9. 44.

Halber Unterfchied . . 1. 4. 52. . . Compl. Sin. 1,7242781

Summe . . . 10,7950279

Diefe ift log. Tang. u . . . 80° 53′ 32″

Compl. log. Cofin. u 0,8005407

log. Sin. Halb. Unterfch. . . 8,2757219

Summe . . . 9,0762626

Diefe ift log. Sin. ½ (90° − η) . . . 6° 50′ 45″

90° − η . . 13 41. 30.

η . . 76. 18. 30.

Wahre Höhe des Sterns.

Für die wahre Höhe des Mondes.

K . . . 50° 10′ 20″

½ K . . . 25 5 10. . . . . . Sin. 9,6273453

90° — Δ . . 65. 35. 49. . . . . ½ Sin. 4,9796785

ε . . . . 15 10. 0. . . . ½ Cofin. 4,9923016

ε + (90° − Δ) 80. 45. 49.

Unterfchied von 90° . . 9. 14. 11.

Halber Unterfchied . . 4. 37. 5. . . Compl. Sin. 1,0941338

Summe . . . 10,6934592

Diefe ift log. Tang. u . . . 78° 32′ 58″

Compl. log. Cofin. u 0,7021909

log. Sin. Halb. Unterfch. . . 8,9058662

Summe . . . 9,6080571

Diefe ift log. Sin. ½ (90° — η) . . 23° 55′ 35″

90° — η . . 47. 51. 10.

η . . 42. 8 50.

Wahre Höhe des Mondes.

b.

Berechnung der scheinbaren Höhen des Sterns und des Mondes.

Rechnung zu α.

Wahre Höhe des Regulus . . . . 76° 18′ 30″
Hiezu addirt die Refraction . . . 14

Scheinbare Höhe des Sterns . . . 76. 18. 44.

Rechnung zu β.

Horizontalparallaxe des ☽ für die
Zeit der Beobachtung . . . . . . 60. 9.
Wahre Höhe des ☽ . . . . 42. 8. 50.

	60′	61′
42° 0′	43′ 32″	44′ 17″
42. 8,83	x	y
42. 10.	43. 25.	44. 10.

10′ : 7″ = 8,83′ : 6″ . . . . . 6″
43′ 32. 44′ 17.
x = 43. 26. y = 44. 11.

60″ : 45″ = 9″ : 7″
x = 43′ 26.

Höhenparallaxe — Refract. . . . . 43. 33.
Wahre ☽höhe . . . . 42° 8. 50.
Genäherte scheinbare ☽höhe . . . . 41. 25. [illegible]

	60′	61′
41° 20′	43′ 58″	44′ 43″
41. 25,3	x	y
41. 30.	43. 52.	44. 37.

10′ : 6″ = 5,3′ : 3″ . . . . 3″
43′ 58. 44′ 43.
x = 43. 55. y = 44 40

60″ : 45″ = 9″ : 7″
43′ 55.

Wahre Höhenparall. — Refract. . . 44. 2.
Wahre Höhe des Mondes . . . 42° 8. 50.

Scheinbare Höhe des Mondes . . 41. 24. 48.

Directe Rechnung für die scheinbare Mondhöhe.

Horizontalparallaxe
des ☽ für Paris . . 60′ 9″
Reduct. auf d. Breite 15° . . + 8.
π = 60 17.
$\frac{1}{2}\pi$ = 30. 8,5.
= 1808,5.
log. $\frac{1}{2}\pi$ = 3,2573185
log. Sin B = 9,8267471
log. 1213,57″ = 3,0840656
1213,57″ = 0° 20′ 13,57″
subtr. von . . . 45 0. 0.
$\frac{1}{2}$ u = 44. 39. 46. . . Compl. Sin. 0,1530862
. . . . 0,1530862
log. $\frac{1}{2}\pi$ = 3,2573185
log. Cosin. B = 9,8700661
log. q = 3,4335570
q = 2713,67″
= 0° 45′ 13,67″
B = 42. 8 50,00.
B − q = 41. 23. 36.
Refract. = 0. 1. 5.
b = 41. 24. 41.

C.

Berechnung des scheinbaren Abstandes des Mittelpunkts des Mondes vom Sterne.

Beobachteter mittl. Abstand des Regulus von dem entferntesten Rande des ☽ . . . . 62° 12′ 15″
Horizontal. Halbm des ☽ zur Zeit der Beobachtung . . . . 16′ 25″
Vergröſserung aus Tafel VIII 0. 11.
Vergröſserter ☽ halbmesſ. . . 16. 36.
Wird dieser
Vergröſserte Mondhalbmesser . . . . 0. 16. 36.
von dem beobachteten Abstande *subtrahirt*, weil der Abstand des Sterns vom entferntesten Mondrande gemessen worden ist, so erhält man den scheinbaren Abstand des Regulus vom Mittelpunkt des Mondes . . . . 61. 55. 39.
= D.

Rechnungen zu IV.

a.

Den wahren Abſtand des Mittelpunkts des Mondes vom Stern zu finden.

D =	61° 55′ 39″		
a =	76. 18. 44.	Compl. Coſin.	0,6259286
b =	41 24 41.	Compl. Coſin.	0,1249505
a+b+D =	179 39. 4.		
S =	89 49. 32.	Coſin.	7,4835338
S—D =	27. 53 53.	Coſin.	9,9463449
A =	76. 18 30.	Coſin.	9,3741925
B =	42. 8. 50.	Coſin.	9,8700661
2. W =	118. 27. 20.	Summe	37,4250164
		Hälfte	18,7125082
W =	59 13. 40.	Sum- Coſin.	9,7089529
u =	5. 47. 11.	me, Coſin.	9,9977815

Unterſchied 9,0035553 = log. Sin. u

Log. Sin. $\frac{1}{2}$ x . . . 9,7067344

$\frac{1}{2}$ x = 30° 35′ 55″

x = 61. 11. 50. Wahrer Abſtand des Regulus vom Mittelpunkt des ☽.

b.

Die Zeit zu Paris und endlich die Länge zu finden.

		Unterschiede.
Wahrer Abstand x	61° 11′ 50″	
		. . . 0° 45′ 20″
Abstände aus der Conn. d. T. 1ster Abst. um 9 Uhr. .	61. 57. 10.	
		. . . 1. 48. 54.
2ter Abst. um 12 U. . .	60. 8 16.	

$$1^\circ\ 48'\ 54'' : 3^{St.} = 0^\circ\ 45'\ 20'' : y$$

d. i. $$6534 : 10800 = 2720 : y$$

$$\log.\ 10800 = 4{,}0334238$$

$$\log.\ 2720 = 3{,}4345689$$

$$\text{compl. log. } 6534 = 6{,}1848209$$

$$\log.\ y = 3{,}6528136$$

$$y = 4495{,}87''$$

$$= 1^{St.}\ 14'\ 56''$$

Zeit des 1sten Abstandes = 9. 0. 0.

Zeit zu Paris . . . . T = 10. 14. 56.

Zeit der Beobachtung A′ = 7. 3 14.

Mittagsunterschied T − A′ = 3. 11. 42.

$3^{St.} = 45^\circ\ 0.\ 0.$

$11' = 2.\ 45.\ 0.$

$42'' = 0.\ 10\ 30.$

Länge = 47. 55. 30.

Berechnung der Länge mit Verbesserung wegen der abgeplatteten Gestalt der Erde.

I. Die neue Horizontalparallaxe des Mondes $= \pi$, welche man hier gebraucht, ist:

$$p + p\alpha \text{ Sin.}^2 \lambda + p\alpha. \text{ Sin.}^2 \varepsilon$$

wo p die Horizontalparallaxe des Mondes für Paris, aus der Connaiss. des Tems genommen, ist;

und $p\alpha = 17''$ für $\alpha = \frac{1}{200}$ Abplattung

$= 14{,}75.$ - — $\frac{1}{230}$ —

$= 11{,}4.$ - — $\frac{1}{300}$ —

beträgt; desgleichen wo

λ die Breite oder Polhöhe ist, für welche p berechnet worden, also λ die Pariser Polhöhe $= 48° \, 50'$ anzeigt; ferner wo

ε die Polhöhe des Beobachtungsortes bedeutet.

Hat man nun $p + p\alpha \text{ Sin.}^2 \lambda + p\alpha. \text{ Sin.}^2 \varepsilon = \pi$ berechnet, so sucht man nach den vorigen Anweisungen Seite 170, Nr. 2) die zu der wahren Höhe des Mondes oder zu B gehörige Höhenparallaxe $= q$; B, q, nebst der Refraction, d. i. $B - q +$ Refract. geben die scheinbare Höhe des Mondes oder b. Wodurch sich also nun auch X, d. i. der wahre Abstand des Mittelpunkts des Mondes von dem der Sonne oder von einem Fixsterne, gleichfalls nach den vorigen Regeln berechnen läſst. Nemlich die scheinbare Höhe der Sonne oder des Sterns, $= a$, ferner der scheinbare Abstand der Mittelpunkte ☉ ☽, $= D$, so wie auch A und B werden hier aus den vorigen Rechnungen Seite 175. beybehalten.

Anmerkung.

Diese Rechnung läſst sich für $\alpha = \frac{1}{200}$ vermittelst Tafel IX (die *Verbesserungen der Mondparallaxe wegen der abgeplatteten Gestalt der Erde*, überschrieben ist)

abkürzen, welche die Verbesserung für diejenige Horizontalparallaxe des Mondes, die man unmittelbar aus der Connaissance des Tems für die Breite von Paris erhält, sogleich angiebt. *Addirt* man diese Verbesserung zur Horizontalparallaxe für Paris oder zu p, so ist die Summe $= \pi$. Dann rechnet man auf die vorhin angezeigte Art weiter fort, und findet X.

II. Hat man dieses neue X gefunden, so muss noch die *Verbesserung* desselben, welche + oder — seyn kann, folgendergestalt berechnet werden:

$\frac{2 p \alpha . \text{Sin.} \varepsilon . \text{Sin.} \delta}{\text{Sin. D}}$ . . Erste Correktion, in Sekunden;

$+ 2 p \alpha . \text{Sin.} \varepsilon . \text{Sin.} \Delta . \text{Tang.} (D - 90^\circ)$ . . Zweyte Correktion in Sekunden.

wo δ die nördliche oder positive Abweichung der Sonne oder des Fixsterns, und

Δ die nördliche oder positive Abweichung des Mondes anzeigt.

Die algebraische Summe beyder Correktionen giebt die gesuchte Verbesserung für das erhaltene X in I, und also ein *verbessertes* X, d. i. den wegen der abgeplatteten Gestalt der Erde verbesserten wahren Abstand ☉☽ oder ☉ ✻.

III. Nun tritt wieder die Rechnung nach S. 176 bey b) ein; man bedient sich nemlich für das daselbst vorkommende x, nunmehro des hier nach II gefundenen *verbesserten* X, und rechnet, wie dort gelehret wird, weiter fort, um endlich A′ ∽ T zu finden.

Anwendung dieſer Vorſchrift auf das vorige Beyſpiel 1.

In demſelben iſt . . . . . $\varepsilon = 50^\circ\ 56'\ 17''$ oder $50^\circ\ 56'$

$\delta =$	4. 40. 13. Nö.	4.	40.
$\Delta =$	17. 59. 45. Nö.	18.	0.
$D =$	68. 7. 47.	68.	8.
$p =$	0. 54. 11.		

Rechnung für π mit $\frac{1}{300}$ Abplattung.

$\text{Log. } 11{,}4 = 1{,}0569049$	$\text{log. } 11{,}4 = 1{,}0569049$
$\text{log Sin. } \lambda = 9{,}8766785$	$\text{log. Sin. } \varepsilon = 9{,}8900929$
$\text{log. Sin. } \lambda = 9{,}8766785$	$\text{log. Sin. } \varepsilon = 9{,}8900929$
$\text{log}(p\alpha \text{Sin}^2\lambda) = 0{,}8102619$	$\text{log.}(p\alpha \text{Sin.}^2\varepsilon) = 0{,}8370907$
$p\alpha \text{ Sin.}^2 \lambda = 6{,}46''$	$p\alpha \text{ Sin.}^2 \varepsilon = 6{,}87''$
	$p\alpha \text{ Sin.}^2 \lambda = 6{,}46.$
	Summe $= 13{,}33.$
	$p = 54'\ 11{,}00.$
	$\pi = 54.\ 24{,}3.$ welche in der folgenden Rechnung zum Grunde gelegt werden ſoll.

Rechnung für π mit $\frac{1}{200}$ Abplattung.

$\text{Log. } 17 = 1{,}2304489$	$\text{log. } 17 = 1{,}2304489$
$\text{log. Sin. } \lambda = 9{,}8766785$	$\text{log. Sin. } \varepsilon = 9{,}8900929$
$\text{log. Sin. } \lambda = 9{,}8766785$	$\text{log. Sin. } \varepsilon = 9{,}8900929$
$\text{log.}(p\alpha \text{Sin}^2\lambda) = 0{,}9838059$	$\text{log.}(p\alpha \text{Sin}^2\varepsilon) = 1{,}0106347$
$p\alpha \text{ Sin.}^2 \lambda = 9{,}634''$	$p\alpha \text{ Sin.}^2 \varepsilon = 10{,}248''$
	$p\alpha \text{ Sin.}^2 \lambda = 9{,}634.$
	Summe $= 19{,}882.$ *)
	$p = 54'\ 11{,}000.$
	$\pi = 54.\ 31.$

*) Die Tafel IX giebt 19″.

Rechnung für b.

$\frac{1}{2}\pi = 27' \; 12{,}2''$
$= 1632{,}2.$
$\log. \frac{1}{2}\pi = 3{,}2127734$
$\log. \text{Sin. } B = 9{,}9197507$

$\log. 1356{,}83'' = 3{,}1325241$
$1356{,}83'' = 0° \; 22' \; 36{,}83''$
ſubtr. von . . . . 45. 0. 0,00.

$\frac{1}{2}u = 44. \; 37. \; 23.$ . . . . Compl. log. Sin. 0,1533911
. . . . 0,1533911
$\log. \frac{1}{2}\pi = 3{,}2127734$
$\log. \text{Coſin. } B = 9{,}7449532$

$\log. q = 3{,}2645088$
$q = 1838{,}69''$
$= 0° \; 30' \; 39''$
$B = 56. \; 13 \; 52.$

$B - q = 55. \; 43. \; 13.$
$\text{Refract.} = 0. \; 0. \; 39.$

$b = 55. \; 43. \; 52.$

Rechnung für X.

D =	68° 7′ 47″		
a =	22. 42. 36.	Compl. Cofin.	0,0350474
b =	55. 43. 52.	Compl. Cofin.	0,2494319
a+b+D =	146. 34. 15.		
S =	73. 17. 8.	Cofin.	9,4587919
S—D =	5. 9. 21.	Cofin.	9,9982393
A =	22. 40. 28.	Cofin.	9,9650653
B =	56. 13. 52.	Cofin.	9,7449532
2. W =	78. 54. 20.	Summe	39,4515290
		Hälfte	19,7257645
W =	39. 27. 10.	Sum- Cofin.	9,8877009
u =	43. 31. 53.	Cofin.	9,8603363
		me, log. Sin. $\frac{1}{2}$ X	9,7480372
		$\frac{1}{2}$ X	34° 2′ 32,45″
		X	68. 5. 4,9.

Unterfchied (of 19,7257645 and 9,8877009): 9,8380636 = log. Sin. u

Rechnung für die Erſte Verbeſſerung.

Log. $2 p \alpha$ oder 22,8″	= 1,3579348
log. Sin. ε	= 9,8900929
log. Sin δ	= 8,9104039
compl. log. Sin. D	= 0,0324272
Summe	= 0,1908588
	= log. 1,55
Erſte Verbeſſerung	= + 1,55″

Rechnung für die Zweyte Verbeſſerung.

log. 22,8″	= 1,3579348
log. Sin. ε	= 9,8900929
log. Sin. Δ	= 9,4899824
log. Tang. (D — 90°) verneint	= 9,6034927
Summe	= 0,3405028
	= log. 2,19″
Zweyte Verbeſſerung	= — 2,19″
Erſte Verbeſſerung . .	= + 1,55.

Summe, oder Verbeſſerung für X	= — 0,64.
X	= 68° 5′ 4,90.
Verbeſſertes X	= 68 5 4,26.

Oder der wegen der abgeplatteten Geſtalt der Erde verbeſſerte wahre Abſtand der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes	68° 5′ 4″
Hieraus folgt, wie oben Seite 147, Zeit zu Paris	7 St. 30. 11.
Wahre Zeit der Beobachtung, Seite 162, A′	8 3. 29.
Mittagsunterſchied	0. 33 18.
Länge, öſtlich von Paris . .	0° 12. 45.

Den wahren Abſtand des Mittelpunkts des Mondes vom Mittelpunkt der Sonne oder von einem Fixſtern aus den aſtronomiſchen Tafeln im voraus zu berechnen.

I. *Für die Sonne.*

Es bedeute in Fig. II. . . A den Nordpol der Ekliptik,
BC die Ekliptik,
B den Ort der Sonne in der Ekliptik,
D den Ort des Mondes; und

die bekannten Angaben ſeyen folgende:

$$AB = 90^\circ$$
$$AD = 90^\circ - CD$$
$$= 90^\circ - ☽\,\text{Breite}$$
$$= 90^\circ - \beta \begin{cases}\text{Nö.} + \\ \text{Sü.} -\end{cases}$$
$$BC = \text{Unterſchied der Länge } ⊙☽$$
$$= A.$$

Man verlangt den kürzeſten Abſtand zwiſchen beyden Geſtirnen ⊙ und ☽, d. i. den Bogen

$$BD = \zeta.$$

Auflöſung.

Gegebenes Dreyeck. Man ſehe Fig. III.	Verwandeltes Dreyeck. Nach Handb. B. 2. S. 66. Man ſehe Fig. IV.	
$AB = 90^\circ$	$D = 180^\circ - AB = 90^\circ$	Gegeben.
A = Unterſch. Länge ⊙☽	$BD = 180^\circ - A$	Gegeben.
$AD = 90^\circ - \beta$	$B = 180^\circ - AD = 90^\circ + \beta$	Gegeben.
$BD = \zeta$	$A = 180^\circ - BD = 180^\circ - \zeta$	Geſucht.

Man hat alſo ein rechtwinklichtes Kugeldreyeck aufzulöſen, in welchem gegeben iſt:

Ein Perpendikel . . . . = $180° - A$
Der anliegende Winkel . . . . . = $90° + \beta$

und gesucht wird:

Der dem gegebenen Perpendikel gegenüberstehende Winkel . . . . . = $180° - \zeta$

Dies ist, Handbuch, Band 2, Tafel I. Seite 51, Formel 12 der rechtwinklichten Kugeldreyecke, was nemlich

	c	B	C
am angeführten Orte			
ist gegenwärtig . . .	$180° - A$	$90° + \beta$	$180° - \zeta$

Demnach

$$\text{Cosin.}\,(180° - \zeta) = \text{Sin.}\,(90° + \beta) \cdot \text{Cosin.}\,(180° - A)$$

oder nach Handbuch, Band 2, Seite 173:

$$\text{Cosin.}\,\zeta = \text{Cosin.}\,\beta \cdot \text{Cosin.}\,A \quad \ldots \quad \textit{Formel I.}$$

welches die verlangte Formel ist, aus dem Unterschiede der Längen von ☉ und ☽ = A, und der Breite des ☽ = β, den wahren Abstand des Mondes von der ☉ = ζ zu berechnen.

Anmerkung 1.

ζ durch die natürlichen Sinus zu finden, dient Handbuch, Bd. 2, Form. II, in Tafel 3, Seite 56:

$$\text{Cosin.}\,C = \tfrac{1}{2}\,\text{Sin.}\,(c + B) - \tfrac{1}{2}\,\text{Sin.}\,(c - B)$$

welche sich hier nach der vorigen Vergleichung in folgende verwandelt:

$$\text{Cosin.}\,(180° - \zeta)$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\text{Sin.}\,([180° - A] + [90° + \beta]) - \tfrac{1}{2}\,\text{Sin.}\,([180° - A] - [90° + \beta])$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\text{Sin.}\,(270° - [A - \beta]) - \tfrac{1}{2}\,\text{Sin.}\,(90° - [A + \beta])$$

Diese giebt nach Handbuch, Band 2, Seite 173:

$$\text{Cos.}\,\zeta = \tfrac{1}{2}\,\text{Cos.}\,(A - \beta) + \tfrac{1}{2}\,\text{Cos.}\,(A + \beta) \quad . . \quad \textit{Formel II.}$$

Für Mondbreite Nö. ist β positiv.
Für Mondbreite Sü. ist β negativ.

Anmerkung 2.

ζ durch die Tangente auszudrücken, dient Handb. Bd. 2, Form. VIII der Tafel 4, Seite 57:

$$\text{Cotang. } u = \text{Cosin. } B. \text{ Cotang. } c$$
$$\text{Cotang. } C = \text{Cosin. } u. \text{ Tang. } B$$

Diese zwey Gleichungen verwandeln sich nemlich für gegenwärtige Absicht in folgende:

$$\text{Cotang. } u = \text{Cosin. } (90^\circ + \beta). \text{ Cotang. } (180^\circ - A)$$
$$\text{Cot. } (180^\circ - \zeta) = \text{Cosin. } u. \text{ Tang. } (90^\circ + \beta)$$

folglich nach Seite 173 a. a. O.

$$\text{Cotang. } u = \text{Sin. } \beta. \text{ Cotang. } A$$
$$\text{Cotang. } \zeta = \text{Cos. } u. \text{ Cotang. } \beta$$

Wenn die ☽ breite Nö. so ist β posit.
— — — . Sü. — — negat.

} . . . *Formel III.*

Beyspiel.

Den wahren Abstand des Mittelpunkts des Mondes von dem Mittelpunkt der Sonne den 14. Floreal, VI année, d. i. den 3. May 1798, zu Mittage für Paris zu berechnen.

Vorbereitung.

Die Connaissance des Tems des genannten Jahres giebt, Seite 93, den Ort der

⊙ =	1 Z.	13°	12′	59″;	und S. 94, den Ort des
☽ =	8.	23.	24.	53.	
⊙ − ☽ =	4.	19.	48.	6.	
4 Z =	0.	120.	0.	0.	
A =		139.	48.	6.	
β =	—	1.	44.	6.	oder Südlich.

Rechnung nach Formel I.

$$\text{Cosin. } A = -\text{ Cosin. } 40^\circ\ 11'\ 54''$$
$$\text{Cosin. } \beta = \text{ Cosin. } 1.\ 44.\ 6.$$
$$\text{log. Cosin. } \beta = 9{,}9998009$$
$$+\text{log. Cosin. } A = 9{,}8829881$$
$$\text{log. Cosin. } (2R - \zeta) = 9{,}8827890$$
$$2R - \zeta = 40^\circ\ 13'\ 46''$$
$$2R = 180.\ 0.\ 0.$$
$$\zeta = 139\ 46.\ 14.$$

Connaiss. S. 100 steht 139. 46. 13.

Rechnung nach Formel II.

$A = 139^\circ\ 48'\ 6''$	$A = 139^\circ\ 48'\ 6''$
$-\beta = +1.\ 44.\ 6.$	$+\beta = -\ 1.\ 44\ 6.$
$A - \beta = 141.\ 32.\ 12$	$A + \beta = 138.\ 4\ 0$
$\text{Cos.}(A-\beta) = -\text{Cos. } 38^\circ 27' 48''$	$\text{Cos.}(A+\beta) = -\text{Cos. } 41^\circ 56' 0''$

Dahero:

$$\text{Cosin. } \zeta = \frac{-\text{Cosin } 38^\circ\ 27'\ 48'' - \text{Cosin. } 41^\circ\ 56'\ 0''}{2}$$

das ist: — Cosin. ζ oder

$$\text{Cosin. } (2R - \zeta) = \frac{\text{Cos. } 38^\circ 27' 48'' + \text{Cos. } 41^\circ 56' 0''}{2}$$

$$\text{Cosin. } 38^\circ\ 27'\ 48'' = 0{,}7830064$$
$$\text{Cosin. } 41.\ 56.\ 0. = 0{,}7439229$$
$$\text{Summe} = 1{,}5269293$$
$$\text{Hälfte, od. Cos. } (2R - \zeta) = 0{,}7634646$$
$$0{,}7634204 \ldots 40^\circ\ 14'\ 0''$$

Unterschied . . . 442

$$31{,}30 : 1'' = 442 : \ldots\ldots - 14.$$
$$2R - \zeta = 40.\ 13\ 46.$$
$$2R = 180.\ 0.\ 0.$$
$$\zeta = 139.\ 46.\ 14.$$

gerade so wie aus Form. I.

Rechnung nach Formel III.

Cotang. u = Sin. — 1° 44′ 6″. Cotang. 139° 48′
= Sin. 1° 44′ 6″. Cotang. 40° 11′ 5

Cotang. ζ = Coſin. u. Cotang. − 1° 44′ 6″
= — Coſin. u. Cotang. 1° 44′ 6″ oder

Cot. (2 R — ζ) = Coſin. u. Cotang. 1° 44′ 6″;

Log. Sin. 1° 44′ 6″ =	8,4811105
log. Cotang. 40. 11. 54. =	10,0731352
log. Cotang. u =	8,5542457
u =	87° 56′ 53″
log. Coſin. u =	8,5539501
log. Cotang. 1° 44′ 6″ =	11,5186904
log. Cotang. (2 R — ζ) =	10,0726405
2 R — ζ =	40° 13′ 50″
2 R =	180. 0. 0.
ζ =	139. 46. 10.
nach Form. I. u. II. . . .	139. 46. 14.
Unterſchied	4.
alſo im Mittel . . .	139. 46. 13.

II. *Für einen Fixſtern.*

Den wahren Abſtand des Mondes von einem Fixſterne zu berechnen, ſucht man aus den Mondstafeln oder durch Interpolation aus aſtronomiſchen Ephemeriden, die Länge des Mondes für die gegebene Zeit; desgleichen aus einem Sternverzeichniſſe die Länge des Fixſterns für eben dieſe Zeit; ferner die Breiten des Mondes und des Sterns, welche zugleich die Entfernungen des Mondes und des Sterns vom Nordpol der Ekliptik geben werden. Hierauf formirt man ein Kugeldreyeck, in deſſen Winkeln, Nordpol der Ekliptik, Mond und Stern ſind; in dieſem Dreyeck ſind zwey Seiten (die Diſtanzen des Mondes und des

Sterns vom Nordpol der Ekliptik) nebst dem eingeschlossenen Winkel (dem Unterschiede der Längen vom Mond und Stern) bekannt: daraus läfst sich die dritte Seite (der Abstand des Mondes vom Stern) nach Handbuch, Band 2, Seite 81, 82, Fall 4 schiefwinklichter Kugeldreyecke, durch Rechnung finden. Nemlich:

Es sey Fig. V.

A der Nordpol der Ekliptik, und der Winkel

A = dem Unterschiede der Länge des Mondes und der Länge des Fixsterns;

B der Ort des Mondes, und

AB die Entfernung des Mondes vom Nordpol der Ekliptik, oder das Complement der Mondsbreite β, das ist

$$AB = 90^\circ - \beta, \begin{cases} \text{Nö.} + \\ \text{Sü.} - \end{cases}$$

D der Ort des Sterns, und

AD die Distanz des Sterns vom Nordpol der Ekliptik, oder das Complement der Breite des Sterns γ, das ist

$$AD = 90^\circ - \gamma \begin{cases} \text{Nö.} + \\ \text{Sü.} - \end{cases}$$

So sucht man $BD = \zeta$ d. i. den wahren Abstand des Mondes vom Stern.

Auflösung 1.

Die *Erste Formel* a. a. O. läfst sich für gegenwärtigen Fall so umändern:

	a	c	B	b
Anstatt	a	c	B	b
kann man hier setzen	$90^\circ - \beta$	$90^\circ - \gamma$	A	ζ

Weil nun Tang. a d. i. Tang. $(90^\circ - \beta)$ = Cotang. β
ferner Cosin. a d. i. Cosin. $(90^\circ - \beta)$ = Sin. β
und Cosin. (c − u) d. i. Cos. $(90^\circ - [\gamma + u])$ = Sin. $(\gamma + u)$
so giebt diese Verwandlung folgende

Erste Methode.

$$\text{Tang. } u = \text{Cotang. } \beta. \text{ Cosin. } A$$

$$\text{Cosin. } \zeta = \frac{\text{Sin. } \beta \ \text{ Sin. } (\gamma + u)}{\text{Cosin. } u}$$

wo A *den Längenunterschied zwischen* ☽ *und* ✱
β *die* ☽ *breite* { *Nö.* +
γ *des* ✱ *Breite* { *Sü.* —
ζ *den gesuchten wahren Abstand des* ☽ *vom* ✱
bedeutet.

Auflösung 2.

Man kann auch anstatt	a	c	B	b
annehmen	$90^\circ - \gamma$	$90^\circ - \beta$	A	ζ

dies giebt folgende

Zweyte Methode.

$$\text{Tang. } u = \text{Cotang. } \gamma. \text{ Cosin. } A$$

$$\text{Cosin. } \zeta = \frac{\text{Sin. } \gamma. \ \text{ Sin. } (\beta + u)}{\text{Cosin. } u}$$

wo die Buchstaben eben dieselbe Bedeutung, wie bey der Ersten Methode haben.

Auflösung 3.
oder
Dritte Methode.

Aus der *Vierten* Formel a. a. O. Seite 82:

$$\text{Tang. } u. = \sqrt{\left(\frac{\text{Sin. } \tfrac{1}{2} A. \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} A. \text{ Cosin. } \beta. \text{ Cosin. } \gamma}{\text{Sin. } \tfrac{1}{2} (\beta - \gamma). \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} (\beta - \gamma)}\right)}$$

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2} \zeta = \frac{\text{Sin. } \tfrac{1}{2} (\beta - \gamma)}{\text{Cosin. } u}$$

Hier bedeutet wiederum

A *den Unterſchied zwiſchen der Länge des Mondes und des Fixſterns,*

ζ *den geſuchten wahren Abſtand des Mondes vom Sterne.*

Aber β *und*

γ *bedeuten die Breiten der beyden Geſtirne, Nö.* +, *Sü.* —, *ſo daſs*

β *allezeit für die gröſsere, und*

γ *für die kleinere Breite angenommen wird.*

Auflöſung 4.

oder

Vierte Methode.

Aus der *Fünften* Formel a. a. O. Seite 82:

$$\text{Coſin. } u = \sqrt{\left(\frac{\text{Coſin. } \tfrac{1}{2} A. \text{ Coſin. } \tfrac{1}{2} A. \text{ Coſin. } \beta \text{ Coſ. } \gamma}{\text{Coſin. } \tfrac{1}{2} (\beta+\gamma). \text{ Coſin. } \tfrac{1}{2} (\beta+\gamma).}\right)}$$

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2} \zeta = \text{Coſin. } \tfrac{1}{2} (\beta+\gamma). \text{ Sin. } u$$

wo die Buchſtaben ebendieſelbe Bedeutung, wie in der vorigen dritten Methode haben.

Fünfte Methode

oder

Methode des Maskelyne.

Es heiſse:

A die Differenz der Längen des Mondes und des Fixſterns;

L ihr Unterſchied in der Breite;

D der erſte Näherungswerth des geſuchten wahren Abſtandes des Monds vom Stern;

β die Breite des Mondes; } Nö. +

γ die Breite des Sterns; } Sü. —

so hat man:

1) $\text{Cosin. } D = \text{Cosin. } A. \text{ Cosin. } L$;

2) $\zeta = D - \frac{57^{\circ} \cdot 2 \text{ Sin.}^2 \frac{1}{2} A. \text{ Sin. } \beta. \text{ Sin. } \gamma}{\text{Sin. } D}$ Sekunden;

hier ist $\log. 57^{\circ} = 5{,}3144251$

Anmerkung.

ζ ist eigentlich hier ein zweyter Näherungswerth $= z$ des gesuchten wahren Abstandes des Mondes von dem Stern. Will man daher diesen Abstand mit einer Genauigkeit von einigen Sekunden haben, so muss man die Gleichung 2) noch einmal berechnen, indem man nun dabey im Nenner statt Sin. D gebraucht: $\text{Sin. } \frac{1}{2}(D+z)$. Dies wird den wahren Abstand des Mondes vom Stern so genau, als man nur verlangen kann, geben.

Sechste Methode
oder
Methode des Delambre.

$$M = \frac{\beta+\gamma}{2};$$

$$\text{Sin. } N = \sqrt{\left(\frac{\text{Cosin. } \frac{1}{2} A. \text{ Cosin. } \frac{1}{2} A. \text{ Cosin. } \beta. \text{ Cos. } \gamma}{r^2}\right)};$$

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2}\zeta = \sqrt{(\text{Cosin. }(M+N). \text{ Cosin. }(M-N))};$$

Hier bedeuten

β und γ die Breiten der beyden Gestirne Nö. +, Sü. −;

A den Unterschied ihrer Längen;

M und N Hülfswinkel;

r den Tafelhalbmesser;

ζ den wahren Abstand des Mondes von dem Fixstern, welchen man zu wissen verlangt.

Beyspiel.

Den wahren Abstand des Mittelpunkts des Mondes von Fomahand, den 14. Floréal, VI année, d. i. den 3. May 1798 um 12 Uhr Nachts, für Paris zu berechnen.

Vorbereitung.

Aus der Connaissance des Tems VI ann. = 1798, Seite 94 erhält man die Länge des Mondes um 12 Uhr Nachts den 14. Floréal = 8 Z. 29° 55′ 24″; und die Breite des Mondes für eben diese Zeit = 2° 17′ 12″ Südlich, also $\beta = -2° 17' 12''$. Ferner giebt die Connaiss. d. Tems IV année = 1796, Seite 187, für den 1. Januar 1798, Länge des Fomahand = 11 Z. 1° 0′ 55,5″; Breite des Fomah. = Sü. 21° 6′ 32,0″; die jährliche Veränderung in der Länge = 50,5″ und in der Breite = + 0,37″; daher

12 Monat : 50,5″ = 4 Monat :				+ 16,8″
Fomahands Länge . . .	11 Z.	1°	0′	55,5.
Summe . . .	11.	1.	1.	12.
☽ Länge	8	29.	55.	24.
Unterschied . . .	2.	1.	5.	48.
Also . . . A =		61.	5.	48.

Ferner 12 Monat : 0,37″ = 4 Monat : . . .			+ 0,123″
Fomahands Breite . . .	21°	6′	32,000.
Summe	21.	6.	32,1.
Also . . γ =	−21.	6.	32.

Rechnung nach der ersten Methode.

A = 61° 5′ 48″ . . Cos. 9,6842467
β = − 2. 17. 12. . . Cot. 11,3986891 . . . . Sin. 8,6009649

log. — Tang. u. d. i.
log. Tang. (2 R—u) = 11,0829358
2 R — u = 85° 16′ 38″
u = 94. 43. 22. . . Compl. Cos. 1,0844170
γ = — 21. 6. 32.

γ + u = 73. 36. 50. . . . . Sin. 9,9819917
log. Cosin. ζ = 9,6673736
ζ = 62° 17′ 43″

Anmerkung.

I. Wenn beyde Breiten β und γ von verschiedener Benennung sind, d. i. die eine Nördlich und die andere Südlich ist, so sieht man die Nördliche als +, und als die grösere β, an; die Südliche aber als — an, und als die kleinere γ.

II. Sind beyde Breiten β und γ von einerley Benennung, d. i. beyde Nördlich, oder beyde Südlich; so kann man sie beyde β und γ jederzeit als + betrachten, und die Rechnung darnach einrichten. Z. E. in dem gegebenen Beyspiele, wo β und γ alle beyde zugleich Südlich sind, kann man gerade zu setzen:

A = 61° 5′ 48″
β = + 2. 17. 12.
γ = + 21. 6. 32.

Dies giebt . . u = 85° 16′ 38″ . . Compl. Cos. 1,0844170
γ = 21. 6. 32.

γ + u = 106. 23. 10. . . . . . Sin. 9,9819917
β = 2. 17. 12. . . . . . . Sin. 8,6009649
log. Cosin. ζ = 9,6673736
wie vorhin.

Rechnung nach der zweyten Methode.

$A = 61^\circ\, 5'\, 48''$ . . Cos 9,6842467

$\gamma = 21.\ 6.\ 32.$ . . Cot. 10,4133608 . . . . . Sin. 9,5564732

log. Tang. u = 10,0976075

$u = 51^\circ\ 23'\ \ 6''$ . . Compl. Cos. 0,2047568

$\beta = 2.\ 17\ \ 12.$

$\beta + u = 53.\ 40.\ 18.$ . . . . . . Sin. 9,9061386

log. Cosin. ζ = 9,6673686

$\zeta = 62^\circ\ 17'\ 44''$

Rechnung nach der dritten Methode.

$A = 61^\circ\ \ 5'\ \ 48''$

$\beta = 21.\ \ 6.\ \ 32.$ } zufolge der Anmerk. Nr. II. S. 202.

$\gamma = \ \ 2.\ 17.\ 12.$ }

$\beta - \gamma = 18^\circ\ 49'\ 20''$	log. Sin. $\frac{1}{2}$ A = 9,7060902
$\frac{\beta - \gamma}{2} = 9.\ 24.\ 40.$	log. Sin. $\frac{1}{2}$ A = 9,7060902
$\frac{1}{2} A = 30.\ 32.\ 54.$	log. Cosin. β = 9,9698340
	log. Cosin. γ = 9,9996540

Summe = 39,3816684

— log. Sin. $\frac{1}{2}(\beta - \gamma)$ = 9,2135637

Rest = 30,1681047

— log. Sin. $\frac{1}{2}(\beta - \gamma)$ = 9,2135637

2. log. Tang. u = 20,9545410

log. Tang. u = 10,4772705

$u = 71^\circ\ 34'\ 15''$

log. Cosin. u = 9,4998685

10 + log. Sin. $\frac{1}{2}(\beta - \gamma)$ = 19,2135637

log. Sin. $\frac{1}{2}\zeta$ = 9,7136952

$\frac{1}{2}\zeta = 31^\circ\ \ 8'\ 51''$

$\zeta = 62.\ 17.\ 42.$

Vermittelst der logarithm. Complemente kann die Anordnung der Rechnung auch so gemacht werden.

$A = 61^\circ\ 5'\ 48''$

$\frac{1}{2} A = 30.\ 32.\ 54.$ . . . . Sin. 9,7060902

. . . 9,7060902

$\beta = 21.\ 6.\ 32.$ . . . . Cosin. 9,9698340

$\gamma = 2.\ 17.\ 12.$ . . . . Cosin. 9,9996540

$\beta - \gamma = 18.\ 49\ 20.$

$\frac{1}{2}(\beta - \gamma) = 9.\ 24.\ 40.$ . . . . Compl. Sin. 0,7864363 . . . . . Sin. 9,2135637

. . . . 0,7864363

2. log. Tang. u = 20,9545410

$u = 71.\ 34.\ 15.$ . . log. Tang. u = 10,4772705 . . . . Cosin. 9,4998685

log. Sin. $\frac{1}{2}\zeta$ = 9,7136952

wie vorher.

Rechnung nach der vierten Methode.

$A = 61^\circ\ 5'\ 48''$

$\frac{1}{2}A = 30.\ 32.\ 54.$ . . . . Cofin. 9,9351044

. . . . 9,9351044

$\beta = 21.\ 6.\ 32.$ . . . . Cofin. 9,9698340

$\gamma = 2.\ 17.\ 12.$ . . . . Cofin. 9,9996540

$\beta + \gamma = 23\ 23.\ 44.$

$\frac{1}{2}(\beta+\gamma) = 11.\ 41.\ 52.$ . . . . Compl. Cofin. 0,0091150 . . . . Cofin. 9,9908850

. . . . 0,0091150

2. log. Cofin. u = 19,8579268

u = 31. 53. 6. . . . log. Cofin. u = 9,9289634 . . . . . Sin. 9,7228116

log. Sin. $\frac{1}{2}\zeta = 9{,}7136966$

$\frac{1}{2}\zeta = 31^\circ\ 8'\ 52''$

$\zeta = 62.\ 17.\ 44.$

Rechnung nach der fünften Methode.

$$\beta = -\ 2^\circ\ 17'\ 12''$$
$$\gamma = -\ 21\ \ 6.\ 32.$$
$$L = 18.\ 49.\ 20.$$
$$A = 61.\ \ 5.\ 48.$$
$$\tfrac{1}{2}A = 30.\ 32.\ 54.$$

$$\log.\ \mathrm{Cof.}\ A = 9{,}6842467$$
$$\log.\ \mathrm{Cof.}\ L = 9{,}9761317$$
$$\log.\ \mathrm{Cof.}\ D = 9{,}6603784$$
$$D = 62^\circ\ 46'\ 30''$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ D = 9{,}9490077$$

$$\log.\ 57^\circ = 5{,}3144251$$
$$\log.\ 2 = 0{,}3010300$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ \tfrac{1}{2}A = 9{,}7060902 - 10$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ \tfrac{1}{2}A = 9{,}7060902 - 10$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ \beta = 8{,}6009649 - 10$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ \gamma = 9{,}5564732 - 10$$
$$\mathrm{Summe} = 43{,}1850736 - 40$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ D = 9{,}9490077 - 10$$
$$\mathrm{Reft} = 33{,}2360659 - 30$$
$$= 3{,}2360659$$
$$= \log.\ 1722{,}13''$$
$$1722{,}13'' = 0^\circ\ 28'\ 42''$$
$$D = 62.\ 46.\ 30.$$
$$\zeta = 62.\ 17.\ 48.$$
oder vielmehr
$$= z$$

Alfo ift gefunden worden:

$$D = 62^\circ\ 46'\ 30''$$
$$z = 62.\ 17.\ 48.$$
$$D + z = 125.\ \ 4.\ 18.$$
$$\tfrac{1}{2}(D + z) = 62.\ 32.\ \ 9.$$

$$\ldots\ldots\ \mathrm{Summe} = 43{,}1850736 - 40$$
$$\log.\ \mathrm{Sin.}\ \tfrac{1}{2}(D + z) = 9{,}9480702 - 10$$
$$\mathrm{Reft} = 33{,}2370034 - 30$$
$$= 3{,}2370034$$
$$= \log.\ 1725{,}85''$$
$$1725{,}85'' = 0^\circ\ 28'\ 46''$$
$$D = 62.\ 46.\ 30.$$
$$\zeta = 62.\ 17.\ 44.$$

Nun kann man, wenn man will, mit dem jetzt gefundenen ζ die Rechnung noch einmal wiederholen:

$$
\begin{aligned}
D &= 62^\circ\ 46'\ 30''\\
\zeta &= 62.\ 17.\ 44.\\
\hline
D+\zeta &= 125.\ \ 4.\ 14.\\
\tfrac{1}{2}(D+\zeta) &= 62.\ 32.\ \ 7.\\
\text{Summe} &= 43{,}1850736-40\\
\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2}(D+\zeta) &= 9{,}9480680-10\\
\hline
\text{Reſt} &= 3{,}2370056\\
&= \text{log. } 1725{,}86''\\
1725{,}86'' &= 0^\circ\ 28'\ 46''\\
D &= 62.\ 46\ \ 30.\\
\hline
\text{ſo kömmt wie vorher} \ldots\ \zeta &= 62.\ 17.\ 44.
\end{aligned}
$$

Anmerkung.

Die zwey Gleichungen ſind eigentlich:

1) $\text{Coſin. } D = \text{Coſin. } A.\ \text{Coſin. } L;$

2) $$\zeta = D - \frac{57^\circ.\ 2\,\text{Sin.}^2 \tfrac{1}{2} A.\ \text{Sin.}\,\beta.\ \text{Sin.}\,\gamma}{\text{Sin. } \tfrac{1}{2}\,(D+\zeta)};$$

wovon die zweyte auf die angezeigte Manier berechnet werden muſs, da ſie ſchon ζ als bekannt annimmt. Man ſetzt daher erſtlich $D = \zeta$, dies giebt:

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2}(D+\zeta) = \text{Sin. } D,$$

und findet ſolchergeſtalt z, u. ſ. w.

Rechnung nach der sechsten Methode.

$A = 61° \; 5' \; 48''$	$\text{Log. Cosin. } \frac{1}{2} A = 9{,}9351044$
$\beta = 21. \; 6. \; 32.$	$\text{log. Cosin. } \frac{1}{2} A = 9{,}9351044$
$\gamma = 2. \; 17. \; 12.$	$\text{log. Cosin. } \beta = 9{,}9698340$
$\beta+\gamma = 23. \; 23. \; 44.$	$\text{log. Cosin. } \gamma = 9{,}9996540$
$\frac{\beta+\gamma}{2} = 11. \; 41. \; 52.$	$\text{Summe} = 39{,}8396968$
$= M$	$\text{log. } r^2 = 20{,}000\;000$
$\frac{1}{2} A = 30. \; 32. \; 54.$	$2. \text{log. Sin. } N = 19{,}8396968$
	$\text{log. Sin. } N = 9{,}9198484$

$$N = 56° \; 15' \; 1''$$
$$M = 11. \; 41. \; 52.$$
$$M+N = 67. \; 56. \; 53.$$
$$M-N = -44. \; 33. \; 9.$$
$$\text{log. Cosin. } (M+N) = 9{,}5745487$$
$$\text{log. Cosin. } (M-N) = 9{,}8528506$$
$$2. \text{log. Sin. } \tfrac{1}{2} \zeta = 19{,}4273993$$
$$\text{log. Sin. } \tfrac{1}{2} \zeta = 9{,}7136996$$
$$\tfrac{1}{2} \zeta = 31° \; 8' \; 52''$$
$$\zeta = 62. \; 17. \; 44.$$

Hülfstafeln

zu den

vorhergehenden Rechnungen.

Tafel I.

Die zur Zeitbestimmung schicklichsten Sonnenhöhen.

Breite.	Polardistanz der Sonne.													
	66°		68°		70°		72°		74°		76°		78°	
°	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
30	54	26	48	32	43	10	38	11	33	57	28	56	24	34
32	50	8	45	0	40	12	35	41	31	20	27	10	23	6
34	46	40	42	4	37	43	33	33	29	32	25	38	21	50
36	43	48	39	36	35	35	31	43	27	58	24	18	20	43
38	41	22	37	29	33	45	30	8	26	36	23	9	19	44
40	39	15	35	39	32	9	28	44	25	24	22	7	18	52
42	37	26	34	3	30	45	27	30	24	20	21	12	18	6
44	35	50	32	38	29	30	26	25	23	23	20	23	17	25
46	34	26	31	23	28	24	25	27	22	32	19	39	16	48
48	33	11	30	16	27	27	24	34	21	46	19	0	16	15
50	32	4	29	17	26	32	23	48	21	5	18	25	15	45
52	31	5	28	23	25	44	23	6	20	29	17	53	15	18
54	30	11	27	35	25	1	22	28	19	55	17	24	14	53
56	29	23	26	52	24	22	21	53	19	25	16	58	14	32
58	28	40	26	13	23	47	21	22	18	58	16	35	14	12
60	28	1	25	38	23	16	20	54	18	33	16	13	13	54

Fortſetzung von Tafel I.

Die zur Zeitbeſtimmung ſchicklichſten Sonnenhöhen.

Breite.	Polardiſtanz der Sonne.											
	80°		82°		84°		86°		88°		90°	
°	°	′	°	′	°	′	°	′	°	′	°	′
30	20	19	16	10	12	4	8	1	4	0	0	0
32	19	8	15	14	11	23	7	34	3	52	0	0
34	18	8	14	25	10	46	7	10	3	35	0	0
36	17	11	13	42	10	15	6	49	3	24	0	0
38	16	23	13	4	9	47	6	31	3	15	0	0
40	15	40	12	30	9	21	6	14	3	7	0	0
42	15	3	11	59	8	59	5	59	2	59	0	0
44	14	29	11	33	8	39	5	46	2	53	0	0
46	13	58	11	10	8	21	5	34	2	47	0	0
48	13	31	10	48	8	5	5	23	2	41	0	0
50	13	6	10	28	7	50	5	13	2	36	0	0
52	12	44	10	11	7	37	5	5	2	32	0	0
54	12	24	9	54	7	25	4	57	2	28	0	0
56	12	6	9	40	7	14	4	50	2	25	0	0
58	11	49	9	27	7	4	4	43	2	22	0	0
60	11	34	9	15	6	56	4	37	2	19	0	0

Tafel II.

Stunden in Minuten und Sekunden zu verwandeln.

Stunden	Minuten.	Sekunden.
1	60	3600
2	120	7200
3	180	10800
4	240	14400
5	300	18000
6	360	21600
7	420	25200
8	480	28800
9	540	32400
10	600	36000
11	660	39600
12	720	43200
13	780	46800
14	840	50400
15	900	54000
16	960	57600
17	1020	61200
18	1080	64800
19	1140	68400
20	1200	72000
21	1260	75600
22	1320	79200
23	1380	82800
24	1440	86400

Tafel III.

Minuten in Sekunden auszudrücken.

Minuten	Sekunden.	Minuten	Sekunden.
1	60	31	1860
2	120	32	1920
3	180	33	1980
4	240	34	2040
5	300	35	2100
6	360	36	2160
7	420	37	2220
8	480	38	2280
9	540	39	2340
10	600	40	2400
11	660	41	2460
12	720	42	2520
13	780	43	2580
14	840	44	2640
15	900	45	2700
16	960	46	2760
17	1020	47	2820
18	1080	48	2880
19	1140	49	2940
20	1200	50	3000
21	1260	51	3060
22	1320	52	3120
23	1380	53	3180
24	1440	54	3240
25	1500	55	3300
26	1560	56	3360
27	1620	57	3420
28	1680	58	3480
29	1740	59	3540
30	1800	60	3600

Tafel IV

des Unterschiedes zwischen der Mittagshöhe der Sonne und einer um 1′ vor oder nach ihrem Durchgange durch den Mittagskreis beobachteten Höhe derselben, für die Polhöhen von 30 bis 60°.

Nördliche Polhöhe.	*Abstand der Sonne vom Nordpol.*												
	66°	68°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°	84°	86°	88°	90°
°	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
30	14,9	11,3	9,2	7,8	6,8	6,0	5,3	4,9	4,5	4,2	3,9	3,6	3,4
32	10,9	8,9	7,5	6,6	5,8	5,2	4,8	4,4	4,1	3,8	3,5	3,3	3,1
34	8,5	7,3	6,3	5,6	5,1	4,6	4,3	4,0	3,7	3,5	3,3	3,1	2,9
36	7,0	6,1	5,4	4,9	4,5	4,1	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,7
38	6,0	5,2	4,7	4,3	4,0	3,6	3,4	3,2	3,0	2,9	2,8	2,6	2,5
40	5,0	4,5	4,1	3,8	3,6	3,1	3,1	3,0	2,8	2,7	2,6	2,4	2,3
42	4,3	4,0	3,6	3,5	3,1	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2
44	3,8	3,5	3,3	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
46	3,3	3,1	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9
48	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8
50	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7
52	2,4	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5
54	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4
56	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3
58	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2
60	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1

Fortſetzung von Tafel IV

des Unterſchiedes zwiſchen der Mittagshöhe der Sonne und einer um 1′ vor oder nach ihrem Durchgange durch den Mittagskreis beobachteten Höhe derſelben, für die Polhöhen von 30 bis 60°.

Nördliche Polhöhe.	*Abſtand der Sonne vom Nordpol.*											
	92°	94°	96°	98°	100°	102°	104°	106°	108°	110°	112°	114°
°	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
30	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0
32	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8
34	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8
36	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7
38	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6
40	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5
42	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5
44	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4
46	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3
48	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,3	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3
50	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2
52	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1
54	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1
56	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0
58	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
60	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9

Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
0	0	21	0	22	0	23	0	24	0	25	0	26	0	27	0	28	0
	10	22	38	23	38	24	38	25	38	26	38	27	38	28	38	29	38
	20	24	10	25	10	26	10	27	10	28	10	29	10	30	10	31	10
	30	25	37	26	37	27	37	28	37	29	37	30	37	31	37	32	37
	40	27	0	28	0	29	0	30	0	31	0	32	0	33	0	34	0
	50	28	18	29	18	30	18	31	18	32	18	33	18	34	18	35	18
1	0	29	31	30	31	31	31	32	31	33	31	34	31	35	31	36	31
	10	30	40	31	40	32	40	33	40	34	40	35	40	36	40	37	40
	20	31	44	32	44	33	44	34	44	35	44	36	44	37	44	38	44
	30	32	44	33	44	34	44	35	44	36	44	37	44	38	44	39	44
	40	33	41	34	41	35	41	36	41	37	41	38	41	39	41	40	41
	50	34	34	35	34	36	34	37	34	38	34	39	34	40	34	41	34
2	0	35	23	36	23	37	23	38	23	39	23	40	23	41	23	42	23
	10	36	10	37	10	38	10	39	10	40	9	41	9	42	9	43	9
	20	36	53	37	53	38	53	39	53	40	53	41	53	42	53	43	53
	30	37	34	38	34	39	33	40	33	41	33	42	33	43	33	44	33
	40	38	12	39	12	40	12	41	11	42	11	43	11	44	11	45	11
	50	38	47	39	47	40	47	41	47	42	47	43	47	44	47	45	47
3	0	39	21	40	20	41	20	42	20	43	20	44	20	45	20	46	20
	10	39	52	40	52	41	52	42	52	43	51	44	51	45	51	46	51
	20	40	21	41	21	42	21	43	21	44	21	45	21	46	21	47	20
	30	40	49	41	49	42	48	43	48	44	48	45	48	46	48	47	48
	40	41	15	42	14	43	14	44	14	45	14	46	14	47	14	48	14
	50	41	39	42	39	43	39	44	39	45	39	46	38	47	38	48	38
4	0	42	2	43	2	44	2	45	2	46	1	47	1	48	1	49	1
	10	42	24	43	23	44	23	45	23	46	23	47	23	48	23	49	22
	20	42	44	43	44	44	44	45	43	46	43	47	43	48	43	49	43
	30	43	3	44	3	45	3	46	3	47	3	48	2	49	2	50	2
	40	43	21	44	21	45	21	46	21	47	21	48	20	49	20	50	20
	50	43	39	44	38	45	38	46	38	47	38	48	37	49	37	50	37

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
5	0	43	55	44	55	45	54	46	54	47	54	48	54	49	53	50	53
	10	44	10	45	10	46	10	47	9	48	9	49	9	50	9	51	8
	20	44	25	45	24	46	24	47	24	48	24	49	23	50	23	51	23
	30	44	38	45	38	46	38	47	38	48	37	49	37	50	37	51	36
	40	44	51	45	51	46	51	47	51	48	50	49	50	50	50	51	49
	50	45	4	46	4	47	3	48	3	49	3	50	2	51	2	52	2
6	0	45	16	46	15	47	15	48	15	49	14	50	14	51	14	52	13
	10	45	27	46	26	47	26	48	26	49	25	50	25	51	25	52	24
	20	45	37	46	37	47	37	48	36	49	36	50	36	51	35	52	35
	30	45	47	46	47	47	47	48	46	49	46	50	46	51	45	52	45
	40	45	57	46	57	47	56	48	56	49	55	50	55	51	55	52	54
	50	46	6	47	6	48	5	49	5	50	4	51	4	52	4	53	3
7	0	46	15	47	14	48	14	49	13	50	13	51	13	52	12	53	12
	10	46	23	47	23	48	22	49	22	50	21	51	21	52	20	53	20
	20	46	31	47	31	48	30	49	30	50	29	51	29	52	28	53	28
	30	46	38	47	38	48	37	49	37	50	36	51	36	52	35	53	35
	40	46	45	47	45	48	44	49	44	50	43	51	43	52	42	53	42
	50	46	52	47	52	48	51	49	51	50	50	51	49	52	49	53	48
8	0	46	59	47	58	48	58	49	57	50	56	51	56	52	55	53	55
	10	47	5	48	4	49	4	50	3	51	2	52	2	53	1	54	1
	20	47	11	48	10	49	9	50	9	51	8	52	8	53	7	54	6
	30	47	16	48	16	49	15	50	14	51	14	52	13	53	12	54	12
	40	47	22	48	21	49	20	50	20	51	19	52	18	53	17	54	17
	50	47	27	48	26	49	25	50	25	51	24	52	23	53	22	54	22
9	0	47	31	48	31	49	30	50	29	51	29	52	28	53	27	54	20
	10	47	36	48	35	49	35	50	34	51	33	52	32	53	31	54	31
	20	47	40	48	40	49	39	50	38	51	37	52	36	53	36	54	35
	30	47	45	48	44	49	43	50	42	51	41	52	40	53	40	54	39
	40	47	48	48	48	49	47	50	46	51	45	52	44	53	43	54	43
	50	47	52	48	51	49	50	50	50	51	49	52	48	53	47	54	46

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
10	0	47	56	48	55	49	54	50	53	51	52	52	51	53	50	54	49
	10	47	59	48	58	49	57	50	56	51	55	52	54	53	53	54	53
	20	48	2	49	1	50	0	50	59	51	58	52	57	53	57	54	56
	30	48	5	49	4	50	3	51	2	52	1	53	0	53	59	54	58
	40	48	8	49	7	50	6	51	5	52	4	53	3	54	2	55	1
	50	48	11	49	10	50	9	51	8	52	7	53	6	54	4	55	3
11	0	48	13	49	12	50	11	51	10	52	9	53	8	54	7	55	6
	10	48	16	49	15	50	14	51	12	52	11	53	10	54	9	55	8
	20	48	18	49	17	50	16	51	15	52	13	53	12	54	11	55	10
	30	48	20	49	19	50	18	51	17	52	15	53	14	54	13	55	12
	40	48	22	49	21	50	20	51	19	52	17	53	16	54	15	55	14
	50	48	24	49	23	50	22	51	20	52	19	53	18	54	16	55	[illegible]
12	0	48	26	49	25	50	23	51	22	52	21	53	19	54	18	55	17
	10	48	27	49	26	50	25	51	23	52	22	53	21	54	19	55	18
	20	48	29	49	28	50	26	51	25	52	23	53	22	54	21	55	19
	30	48	30	49	29	50	28	51	26	52	25	53	23	54	22	55	20
	40	48	32	49	30	50	29	51	27	52	26	53	24	54	23	55	21
	50	48	33	49	31	50	30	51	28	52	27	53	25	54	24	55	22
13	0	48	34	49	32	50	31	51	29	52	28	53	26	54	25	55	23
	10	48	35	49	33	50	32	51	30	52	28	53	27	54	25	55	24
	20	48	36	49	34	50	32	51	31	52	29	53	28	54	26	55	24
	30	48	36	49	35	50	33	51	31	52	30	53	28	54	26	55	25
	40	48	37	49	35	50	34	51	32	52	30	53	29	54	27	55	25
	50	48	38	49	36	50	34	51	32	52	31	53	29	54	27	55	25
14	0	48	38	49	36	50	35	51	33	52	31	53	29	54	27	55	26
	10	48	38	49	37	50	35	51	33	52	31	53	29	54	28	55	26
	20	48	39	49	37	50	35	51	33	52	31	53	30	54	28	55	26
	30	48	39	49	37	50	35	51	33	52	31	53	30	54	28	55	26
	40	48	39	49	37	50	35	51	33	52	31	53	30	54	28	55	26
	50	48	39	49	37	50	35	51	33	52	31	53	29	54	27	55	25

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes	*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
° ′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
15 0	48 39	49 37	50 35	51 33	52 31	53 29	54 27	55 25
10	48 39	49 37	50 35	51 33	52 31	53 29	54 27	55 24
20	48 39	49 37	50 35	51 33	52 31	53 28	54 26	55 24
30	48 39	49 37	50 34	51 32	52 30	53 28	54 26	55 24
40	48 38	49 36	50 34	51 32	52 30	53 27	54 25	55 23
50	48 38	49 36	50 34	51 31	52 29	53 27	54 24	55 22
16 0	48 38	49 35	50 33	51 31	52 28	53 26	54 24	55 21
10	48 37	49 35	50 32	51 30	52 28	53 25	54 23	55 21
20	48 36	49 34	50 32	51 29	52 27	53 24	54 22	55 20
30	48 36	49 33	50 31	51 29	52 26	53 24	54 21	55 19
40	48 35	49 33	50 30	51 28	52 25	53 23	54 20	55 18
50	48 34	49 32	50 29	51 27	52 24	53 22	54 19	55 16
17 0	48 34	49 31	50 28	51 26	52 23	53 21	54 18	55 15
10	48 33	49 30	50 27	51 25	52 22	53 19	54 17	55 14
20	48 32	49 29	50 26	51 24	52 21	53 18	54 15	55 13
30	48 31	49 28	50 25	51 22	52 20	53 17	54 14	55 11
40	48 30	49 27	50 24	51 21	52 18	53 16	54 14	55 11
50	48 29	49 26	50 23	51 20	52 16	53 14	54 12	55 8
18 0	48 27	49 24	50 22	51 19	52 16	53 13	54 10	55 7
10	48 26	49 23	50 20	51 17	52 14	53 11	54 8	55 5
20	48 25	49 22	50 19	51 16	52 13	53 10	54 7	55 4
30	48 24	49 20	50 17	51 14	52 11	53 8	54 5	55 2
40	48 22	49 19	50 16	51 13	52 9	53 6	54 3	55 0
50	48 21	49 17	50 14	51 11	52 8	53 5	54 1	54 58
19 0	48 19	49 16	50 13	51 9	52 6	53 3	54 0	54 56
10	48 18	49 14	50 11	51 8	52 4	53 1	53 58	54 54
20	48 16	49 13	50 9	51 6	52 2	52 59	53 56	54 52
30	48 14	49 11	50 8	51 4	52 1	52 57	53 54	54 50
40	48 13	49 9	50 6	51 2	51 59	52 55	53 52	54 48
50	48 11	49 7	50 4	51 0	51 57	52 53	53 49	54 46

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes	*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
° ′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
20 0	48 9	49 5	50 2	50 58	51 55	52 51	53 47	54 44
10	48 7	49 3	50 0	50 56	51 52	52 49	53 45	54 41
20	48 5	49 2	49 58	50 54	51 50	52 47	53 43	54 39
30	48 3	49 0	49 56	50 52	51 48	52 44	53 41	54 37
40	48 1	48 57	49 54	50 50	51 46	52 42	53 38	54 34
50	47 59	48 55	49 51	50 48	51 44	52 40	53 36	54 32
21 0	47 57	48 53	49 49	50 45	51 41	52 37	53 33	54 29
10	47 55	48 51	49 47	50 43	51 39	52 35	53 31	54 27
20	47 53	48 49	49 45	50 41	51 36	52 32	53 28	54 24
30	47 51	48 46	49 42	50 38	51 34	52 30	53 26	54 21
40	47 48	48 44	49 40	50 36	51 31	52 27	53 23	54 19
50	47 46	48 42	49 37	50 33	51 29	52 25	53 20	54 16
22 0	47 44	48 39	49 35	50 31	51 26	52 22	53 18	54 13
10	47 41	48 37	49 32	50 28	51 24	52 19	53 15	54 10
20	47 39	48 34	49 30	50 25	51 21	52 16	53 12	54 7
30	47 36	48 32	49 27	50 23	51 18	52 14	53 9	54 4
40	47 34	48 29	49 25	50 20	51 15	52 11	53 6	54 1
50	47 31	48 27	49 22	50 17	51 13	52 8	53 3	53 58
23 0	47 29	48 24	49 19	50 14	51 10	52 5	53 0	53 55
10	47 26	48 21	49 17	50 12	51 7	52 2	52 57	53 52
20	47 23	48 19	49 14	50 9	51 4	51 59	52 54	53 49
30	47 21	48 16	49 11	50 6	51 1	51 56	52 51	53 46
40	47 18	48 13	49 8	50 3	50 58	51 53	52 48	53 43
50	47 15	48 10	49 5	50 0	50 55	51 50	52 45	53 39
24 0	47 12	48 7	49 2	49 57	50 52	51 46	52 41	53 36
10	47 9	48 4	48 59	49 54	50 48	51 43	52 38	53 33
20	47 7	48 1	48 56	49 51	50 45	51 40	52 35	53 28
30	47 4	47 58	48 53	49 48	50 42	51 37	52 31	53 26
40	47 1	47 55	48 50	49 44	50 39	51 33	52 28	53 22
50	46 57	47 51	48 47	49 41	50 36	51 30	52 24	53 19

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
		54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
°	′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
25	0	46 55	47 49	48 43	49 38	50 32	51 27	52 21	53 15
	10	46 52	47 46	48 40	49 35	50 29	51 23	52 17	53 12
	20	46 48	47 43	48 37	49 31	50 25	51 20	52 14	53 7
	30	46 45	47 40	48 34	49 28	50 22	51 16	52 10	53 4
	40	46 42	47 36	48 30	49 24	50 18	51 13	52 7	53 1
	50	46 39	47 33	48 27	49 21	50 15	51 9	52 3	52 57
26	0	46 36	47 30	48 24	49 17	50 11	51 5	51 59	52 53
	10	46 32	47 26	48 20	49 14	50 8	51 2	51 55	52 49
	20	46 29	47 23	48 17	49 10	50 4	50 58	51 52	52 45
	30	46 26	47 19	48 13	49 7	50 0	50 54	51 48	52 42
	40	46 22	47 16	48 9	49 3	49 57	50 50	51 44	52 38
	50	46 19	47 12	48 6	48 59	49 53	50 47	51 40	52 34
27	0	46 15	47 9	48 2	48 56	49 49	50 43	51 36	52 30
	10	46 11	47 5	47 59	48 52	49 45	50 39	51 32	52 26
	20	46 8	47 2	47 55	48 48	49 42	50 35	51 28	52 21
	30	46 5	46 58	47 51	48 44	49 38	50 31	51 24	52 17
	40	46 1	46 54	47 47	48 41	49 34	50 27	51 20	52 13
	50	45 58	46 51	47 44	48 37	49 30	50 23	51 16	52 9
28	0	45 54	46 47	47 40	48 33	49 26	50 19	51 12	52 5
	10	45 50	46 43	47 36	48 29	49 22	50 15	51 8	52 0
	20	45 46	46 39	47 32	48 25	49 18	50 11	51 3	51 56
	30	45 43	46 35	47 28	48 21	49 14	50 6	50 59	51 52
	40	45 39	46 32	47 24	48 17	49 9	50 2	50 55	51 47
	50	45 35	46 28	47 20	48 13	49 5	49 58	50 50	51 43
29	0	45 31	46 24	47 16	48 9	49 1	49 54	50 46	51 39
	10	45 27	46 20	47 12	48 5	48 57	49 49	50 42	51 34
	20	45 23	46 16	47 8	48 0	48 53	49 45	50 37	51 30
	30	45 20	46 12	47 4	47 56	48 48	49 41	50 33	51 24
	40	45 16	46 8	47 0	47 52	48 44	49 36	50 28	51 20
	50	45 11	46 4	46 56	47 48	48 40	49 32	50 24	51 16

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes	*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
° ′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
30 0	45 7	45 59	46 51	47 43	48 35	49 27	50 19	51 11
10	45 3	45 55	46 47	47 39	48 31	49 23	50 15	51 6
20	44 59	45 51	46 43	47 35	48 26	49 18	50 10	51 2
30	44 55	45 47	46 39	47 30	48 22	49 14	50 5	50 57
40	44 51	45 43	46 34	47 26	48 17	49 9	50 1	50 51
50	44 47	45 38	46 30	47 21	48 13	49 4	49 56	50 47
31 0	44 43	45 34	46 25	47 17	48 8	49 0	49 51	50 43
10	44 38	45 30	46 21	47 12	48 4	48 55	49 46	50 38
20	44 34	45 25	46 17	47 8	47 59	48 50	49 42	50 33
30	44 30	45 21	46 12	47 3	47 54	48 46	49 37	50 28
40	44 25	45 16	46 8	46 59	47 50	48 41	49 32	50 23
50	44 21	45 12	46 3	46 54	47 45	48 36	49 27	50 18
32 0	44 17	45 8	45 58	46 49	47 40	48 31	49 22	50 13
10	44 12	45 3	45 54	46 45	47 35	48 26	49 17	50 8
20	44 8	44 58	45 49	46 40	47 31	48 21	49 12	50 3
30	44 3	44 54	45 45	46 35	47 26	48 16	49 7	49 58
40	43 59	44 49	45 40	46 30	47 21	48 11	49 2	49 52
50	43 53	44 45	45 35	46 26	47 16	48 6	48 57	49 47
33 0	43 50	44 40	45 30	46 21	47 11	48 1	48 52	49 42
10	43 45	44 35	45 26	46 16	47 6	47 56	48 46	49 37
20	43 39	44 31	45 21	46 11	47 1	47 51	48 41	49 31
30	43 36	44 26	45 16	46 6	46 56	47 46	48 36	49 26
40	43 31	44 21	45 11	46 1	46 51	47 41	48 31	49 21
50	43 26	44 16	45 6	45 56	46 46	47 36	48 26	49 15
34 0	43 22	44 12	45 1	45 51	46 41	47 30	48 20	49 10
10	43 17	44 7	44 56	45 46	46 36	47 25	48 15	49 4
20	43 12	44 2	44 51	45 41	46 30	47 20	48 9	48 59
30	43 7	43 57	44 46	45 36	46 25	47 15	48 4	48 54
40	43 3	43 52	44 41	45 31	46 20	47 9	47 59	48 48
50	42 58	43 47	44 36	45 25	46 15	47 4	47 53	48 42

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
35	0	42	53	43	42	44	31	45	20	46	9	46	59	47	48	48	37
	10	42	48	43	37	44	26	45	15	46	4	46	53	47	42	48	31
	20	42	43	43	32	44	21	45	10	45	59	46	48	47	37	48	26
	30	42	38	43	27	44	16	45	5	45	53	46	42	47	31	48	20
	40	42	33	43	22	44	10	44	59	45	48	46	37	47	25	48	14
	50	42	28	43	17	44	5	44	54	45	43	46	31	47	20	48	8
36	0	42	23	43	11	44	0	44	49	45	37	46	26	47	14	48	3
	10	42	18	43	6	43	55	44	43	45	32	46	20	47	8	47	57
	20	42	13	43	1	43	49	44	38	45	26	46	14	47	3	47	51
	30	42	8	42	56	43	44	44	32	45	21	46	9	46	57	47	45
	40	42	2	42	51	43	39	44	27	45	15	46	3	46	51	47	39
	50	41	57	42	46	43	33	44	21	45	9	45	57	46	45	47	33
37	0	41	52	42	40	43	28	44	16	45	4	45	52	46	40	47	28
	10	41	47	42	35	43	22	44	10	44	58	45	46	46	34	47	22
	20	41	42	42	29	43	17	44	5	44	52	45	40	46	28	47	16
	30	41	36	42	24	43	12	43	59	44	47	45	34	46	22	47	10
	40	41	31	42	18	43	6	43	53	44	41	45	28	46	16	47	3
	50	41	26	42	13	43	0	43	48	44	35	45	23	46	10	46	57
38	0	41	20	42	8	42	55	43	42	44	29	45	17	46	4	46	51
	10	41	15	42	2	42	49	43	36	44	24	45	11	45	58	46	45
	20	41	10	41	57	42	44	43	31	44	18	45	5	45	52	46	39
	30	41	4	41	51	42	38	43	25	44	12	44	59	45	46	46	33
	40	40	59	41	45	42	32	43	19	44	6	44	53	45	40	46	27
	50	40	53	41	40	42	27	43	13	44	0	44	47	45	34	46	20
39	0	40	48	41	34	42	21	43	8	43	54	44	41	45	27	46	14
	10	40	42	41	29	42	15	43	2	43	48	44	35	45	21	46	8
	20	40	37	41	23	42	9	42	56	43	42	44	29	45	15	46	1
	30	40	31	41	17	42	4	42	50	43	36	44	23	45	9	45	55
	40	40	25	41	12	41	58	42	44	43	30	44	16	45	3	45	49
	50	40	20	41	6	41	52	42	38	43	24	44	10	44	56	45	42

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
40	0	40	14	41	0	41	46	42	32	43	18	44	4	44	50	45	36
	10	40	8	40	54	41	40	42	26	43	12	43	58	44	44	45	29
	20	40	3	40	48	41	34	42	20	43	6	43	51	44	37	45	23
	30	39	57	40	43	41	28	42	14	43	0	43	45	44	31	45	17
	40	39	51	40	37	41	22	42	8	42	53	43	39	44	24	45	10
	50	39	46	40	31	41	16	42	2	42	47	43	33	44	18	45	3
41	0	39	40	40	25	41	10	41	56	42	41	43	26	44	11	44	57
	10	39	34	40	19	41	4	41	50	42	35	43	20	44	5	44	50
	20	39	28	40	13	40	58	41	43	42	28	43	13	43	58	44	43
	30	39	22	40	7	40	52	41	37	42	22	43	7	43	52	44	37
	40	39	16	40	1	40	46	41	31	42	16	43	0	43	45	44	30
	50	39	11	39	55	40	40	41	25	42	9	42	54	43	39	44	23
42	0	39	5	39	49	40	34	41	18	42	3	42	48	43	32	44	17
	10	38	59	39	43	40	28	41	12	41	56	42	41	43	25	44	10
	20	38	53	39	37	40	21	41	6	41	50	42	34	43	19	44	3
	30	38	47	39	31	40	15	40	59	41	44	42	28	43	12	43	56
	40	38	41	39	25	40	9	40	53	41	37	42	21	43	5	43	49
	50	38	35	39	19	40	3	40	47	41	31	42	15	42	59	43	43
43	0	38	29	39	12	39	56	40	40	41	24	42	8	42	52	43	36
	10	38	22	39	6	39	50	40	34	41	17	42	1	42	45	43	29
	20	38	16	39	0	39	44	40	27	41	11	41	55	42	38	43	22
	30	38	10	38	54	39	37	40	21	41	4	41	48	42	31	43	15
	40	38	4	38	47	39	31	40	14	40	58	41	41	42	24	43	8
	50	37	58	38	41	39	24	40	8	40	51	41	34	42	18	43	1
44	0	37	52	38	35	39	18	40	1	40	44	41	28	42	11	42	54
	10	37	44	38	28	39	11	39	54	40	37	41	20	42	4	42	47
	20	37	39	38	22	39	5	39	48	40	31	41	14	41	57	42	40
	30	37	33	38	16	38	59	39	41	40	24	41	7	41	50	42	33
	40	37	27	38	9	38	52	39	35	40	17	41	0	41	43	42	25
	50	37	20	38	3	38	46	39	28	40	11	40	53	41	36	42	18

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes	*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
° ′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
45 0	37 14	37 56	38 39	39 21	40 4	40 46	41 29	42 11
10	37 8	37 50	38 32	39 15	39 57	40 39	41 22	42 4
20	37 1	37 44	38 26	39 8	39 50	40 32	41 14	41 57
30	36 55	37 37	38 19	39 1	39 43	40 25	41 7	41 49
40	36 49	37 31	38 12	38 54	39 36	40 18	41 0	41 42
50	36 42	37 24	38 6	38 48	39 29	40 11	40 53	41 35
46 0	36 36	37 17	37 59	38 41	39 22	40 4	40 46	41 27
10	36 29	37 11	37 52	38 34	39 15	39 57	40 39	41 20
20	36 23	37 4	37 46	38 27	39 8	39 50	40 31	41 1[illegible]
30	36 16	36 58	37 39	38 20	39 1	39 43	40 24	41 5
40	36 9	36 51	37 32	38 13	38 54	39 36	40 17	40 58
50	36 3	36 44	37 26	38 6	38 47	39 28	40 9	40 50
47 0	35 57	36 38	37 18	37 59	38 40	39 21	40 2	40 43
10	35 50	36 31	37 12	37 52	38 33	39 14	39 55	40 36
20	35 43	36 24	37 5	37 45	38 26	39 7	39 47	40 28
30	35 37	36 17	36 58	37 38	38 19	38 59	39 40	40 20
40	35 30	36 10	36 51	37 31	38 12	38 52	39 33	40 13
50	35 23	36 4	36 44	37 24	38 5	38 45	39 25	40 5
48 0	35 17	35 57	36 37	37 17	37 57	38 37	39 18	39 58
10	35 10	35 50	36 30	37 10	37 50	38 30	39 10	39 50
20	35 3	35 43	36 23	37 3	37 43	38 23	39 3	39 42
30	34 56	35 36	36 16	36 56	37 36	38 15	38 55	39 35
40	34 50	35 29	36 9	36 49	37 28	38 8	38 47	39 27
50	34 43	35 22	36 2	36 41	37 21	38 0	38 40	39 19
49 0	34 36	35 16	35 55	36 34	37 14	37 53	38 32	39 12
10	34 29	35 9	35 48	36 27	37 6	37 45	38 25	39 4
20	34 22	35 2	35 41	36 20	36 59	37 38	38 17	38 56
30	34 16	34 55	35 34	36 12	36 51	37 30	38 9	38 48
40	34 9	34 48	35 26	36 5	36 44	37 23	38 2	38 41
50	34 2	34 40	35 19	35 58	36 37	37 15	37 54	38 33

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
50	0	33	55	34	33	35	12	35	51	36	29	37	8	37	46	38	25
	10	33	48	34	26	35	5	35	43	36	22	37	0	37	38	38	17
	20	33	41	34	19	34	58	35	36	36	14	36	52	37	31	38	9
	30	33	34	34	12	34	50	35	28	36	7	36	45	37	23	38	1
	40	33	27	34	5	34	43	35	21	35	59	36	37	37	15	37	53
	50	33	20	33	58	34	36	35	14	35	51	36	29	37	7	37	45
51	0	33	13	33	51	34	28	35	6	35	44	36	22	36	59	37	37
	10	33	6	33	43	34	21	34	59	35	36	36	14	36	52	37	29
	20	32	59	33	36	34	14	34	51	35	29	36	6	36	44	37	21
	30	32	52	33	29	34	6	34	44	35	21	35	58	36	36	37	13
	40	32	45	33	22	33	59	34	36	35	13	35	51	36	28	37	5
	50	32	37	33	14	33	52	34	29	35	6	35	43	36	20	36	57
52	0	32	30	33	7	33	44	34	21	34	58	35	35	36	12	36	49
	10	32	23	33	0	33	37	34	13	34	50	35	27	36	4	36	41
	20	32	16	32	53	33	29	34	6	34	43	35	19	35	56	36	33
	30	32	9	32	45	33	22	33	58	34	35	35	11	35	48	36	24
	40	32	1	32	38	33	14	33	51	34	27	35	3	35	40	36	16
	50	31	54	32	30	33	7	33	43	34	19	34	55	35	32	36	8
53	0	31	47	32	23	32	59	33	35	34	11	34	48	35	24	36	0
	10	31	40	32	16	32	52	33	28	34	4	34	40	35	15	35	51
	20	31	32	32	8	32	44	33	20	33	56	34	32	35	7	35	43
	30	31	25	32	1	32	36	33	12	33	48	34	24	34	59	35	35
	40	31	18	31	53	32	29	33	4	33	40	34	15	34	51	35	27
	50	31	10	31	45	32	21	32	57	33	32	34	7	34	43	35	18
54	0	31	3	31	38	32	13	32	49	33	24	33	59	34	35	35	10
	10	30	56	31	31	32	6	32	41	33	16	33	51	34	26	35	2
	20	30	48	31	23	31	58	32	33	33	8	33	43	34	18	34	53
	30	30	41	31	16	31	51	32	25	33	0	33	35	34	10	34	45
	40	30	33	31	8	31	43	32	18	32	52	33	27	34	2	34	36
	50	30	26	31	1	31	35	32	10	32	44	33	19	33	53	34	28

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
55	0	30	19	30	53	31	27	32	2	32	36	33	11	33	45	34	19
	10	30	11	30	45	31	20	31	54	32	28	33	2	33	37	34	11
	20	30	4	30	38	31	12	31	46	32	20	32	54	33	28	34	2
	30	29	56	30	30	31	4	31	38	32	12	32	46	33	20	33	54
	40	29	47	30	21	30	55	31	29	32	3	32	37	33	11	33	44
	50	29	40	30	14	30	47	31	21	31	55	32	28	33	2	33	36
56	0	29	33	30	7	30	40	31	14	31	48	32	21	32	55	33	28
	10	29	26	29	59	30	33	31	6	31	39	32	14	32	46	33	20
	20	29	18	29	51	30	25	30	58	31	31	32	4	32	38	33	11
	30	29	11	29	44	30	17	30	50	31	23	31	56	32	29	33	2
	40	29	3	29	36	30	9	30	42	31	15	31	48	32	21	32	54
	50	28	55	29	28	30	1	30	34	31	7	31	39	32	12	32	45
57	0	28	48	29	20	29	53	30	26	30	58	31	31	32	4	32	26
	10	28	40	29	12	29	45	30	18	30	50	31	22	31	55	32	58
	20	28	32	29	5	29	37	30	9	30	42	31	14	31	47	32	19
	30	28	24	28	57	29	29	30	1	30	33	31	6	31	38	32	10
	40	28	17	28	49	29	21	29	53	30	25	30	57	31	29	32	1
	50	28	9	28	41	29	13	29	45	30	17	30	49	31	21	31	53
58	0	28	1	28	33	29	5	29	37	30	9	30	40	31	12	31	44
	10	27	53	28	25	28	57	29	29	30	0	30	32	31	3	31	35
	20	27	46	28	17	28	49	29	20	29	52	30	23	30	55	31	26
	30	27	38	28	9	28	41	29	12	29	43	30	15	30	46	31	17
	40	27	30	28	1	28	33	29	4	29	35	30	6	30	37	31	9
	50	27	22	27	53	28	24	28	56	29	27	29	58	30	29	31	0
59	0	27	15	27	45	28	16	28	47	29	18	29	49	30	20	30	51
	10	27	7	27	37	28	8	28	39	29	10	29	40	30	11	30	42
	20	26	59	27	30	28	0	28	31	29	1	29	32	30	2	30	33
	30	26	51	27	21	27	52	28	22	28	53	29	23	29	54	30	24
	40	26	43	27	13	27	44	28	14	28	44	29	14	29	45	30	15
	50	26	35	27	5	27	35	28	6	28	36	29	6	29	36	30	6

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
60	0	26	27	26	57	27	27	27	57	28	27	28	57	29	27	29	57
	10	26	19	26	49	27	19	27	49	28	19	28	48	29	18	29	48
	20	26	11	26	41	27	11	27	40	28	10	28	40	29	9	29	39
	30	26	3	26	33	27	2	27	32	28	1	28	31	29	1	29	30
	40	25	55	26	25	26	54	27	23	27	53	28	22	28	52	29	21
	50	25	47	26	16	26	46	27	15	27	44	28	13	28	43	29	12
61	0	25	39	26	8	26	37	27	6	27	36	28	5	28	34	29	3
	10	25	31	26	0	26	29	26	58	27	27	27	56	28	25	28	54
	20	25	23	25	52	26	21	26	49	27	18	27	47	28	16	28	45
	30	25	15	25	44	26	12	26	41	27	10	27	38	28	7	28	35
	40	25	7	25	35	26	4	26	32	27	1	27	29	27	58	28	26
	50	24	59	25	27	25	56	26	24	26	52	27	21	27	49	28	17
62	0	24	51	25	19	25	47	26	15	26	43	27	12	27	40	28	8
	10	24	43	25	11	25	39	26	7	26	35	27	3	27	31	27	59
	20	24	35	25	2	25	30	25	58	26	26	26	54	27	22	27	50
	30	24	26	24	54	25	22	25	50	26	17	26	45	27	13	27	40
	40	24	17	24	46	25	13	25	41	26	8	26	36	27	4	27	31
	50	24	10	24	38	25	5	25	32	26	0	26	27	26	54	27	22
63	0	24	2	24	29	24	56	25	24	25	51	26	18	26	45	27	13
	10	23	54	24	21	24	48	25	15	25	42	26	9	26	36	27	3
	20	23	45	24	12	24	39	25	6	25	33	26	0	26	27	26	54
	30	23	37	24	4	24	31	24	58	25	24	25	51	26	18	26	45
	40	23	29	23	56	24	22	24	49	25	15	25	42	26	9	26	35
	50	23	21	23	47	24	14	24	40	25	7	25	33	26	0	26	26
64	0	23	11	23	39	24	5	24	31	24	58	25	24	25	50	26	17
	10	23	4	23	30	23	57	24	23	24	49	25	15	25	41	26	7
	20	22	56	23	22	23	48	24	14	24	40	25	6	25	32	25	58
	30	22	48	23	14	23	39	24	5	24	31	24	57	25	23	25	48
	40	22	39	23	5	23	31	23	56	24	22	24	48	25	13	25	39
	50	22	31	22	57	23	22	23	48	24	13	24	39	25	4	25	30

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes	*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
° ′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
65 0	22 23	22 48	23 13	23 39	24 4	24 30	24 55	25 20
10	22 14	22 40	23 5	23 30	23 55	24 20	24 46	25 11
20	22 6	22 31	22 56	23 21	23 46	24 11	24 36	25 1
30	21 58	22 23	22 47	23 12	23 37	24 2	24 27	24 52
40	21 49	22 14	22 39	23 3	23 28	23 53	24 18	24 42
50	21 41	22 5	22 30	22 55	23 19	23 44	24 8	24 33
66 0	21 32	21 57	22 21	22 46	23 10	23 34	23 59	24 23
10	21 24	21 48	22 13	22 37	23 1	23 25	23 50	24 14
20	21 16	21 40	22 4	22 28	22 52	23 16	23 40	24 4
30	21 7	21 31	21 55	22 19	22 43	23 7	23 31	23 55
40	20 59	21 23	21 46	22 10	22 34	22 58	23 21	23 45
50	20 50	21 14	21 37	22 1	22 25	22 48	23 12	23 35
67 0	20 42	21 5	21 29	21 52	22 16	22 39	23 2	23 26
10	20 33	20 57	21 20	21 43	22 6	22 30	22 53	23 16
20	20 24	20 48	21 11	21 34	21 57	22 20	22 44	23 7
30	20 16	20 39	21 2	21 25	21 48	22 11	22 34	22 57
40	20 8	20 31	20 53	21 16	21 39	22 2	22 25	22 47
50	19 59	20 22	20 45	21 7	21 30	21 52	22 15	22 38
68 0	19 51	20 13	20 36	20 58	21 21	21 43	22 6	22 28
10	19 42	20 4	20 27	20 49	21 11	21 34	21 56	22 18
20	19 34	19 56	20 18	20 40	21 2	21 24	21 46	22 9
30	19 25	19 47	20 9	20 31	20 53	21 15	21 37	21 59
40	19 16	19 38	20 0	20 22	20 44	21 6	21 27	21 49
50	19 8	19 29	19 51	20 13	20 34	20 56	21 18	21 40
69 0	18 59	19 21	19 42	20 4	20 25	20 47	21 8	21 30
10	18 51	19 12	19 33	19 55	20 16	20 37	20 59	21 20
20	18 42	19 3	19 24	19 46	20 7	20 28	20 49	21 10
30	18 33	18 54	19 15	19 36	19 57	20 18	20 39	21 0
40	18 25	18 46	19 6	19 27	19 48	20 9	20 30	20 51
50	18 16	18 37	18 57	19 18	19 39	20 0	20 20	20 41

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
70	0	18	7	18	28	18	49	19	9	19	30	19	50	20	11	20	31
	10	17	59	18	19	18	39	19	0	19	20	19	41	20	1	20	21
	20	17	50	18	10	18	30	18	51	19	11	19	31	19	51	20	11
	30	17	41	18	1	18	21	18	41	19	1	19	22	19	42	20	2
	40	17	33	17	53	18	12	18	32	18	52	19	12	19	32	19	52
	50	17	24	17	44	18	3	18	23	18	43	19	2	19	22	19	42
71	0	17	15	17	35	17	54	18	14	18	33	18	53	19	12	19	32
	10	17	6	17	26	17	45	18	5	18	24	18	43	19	3	19	22
	20	16	58	17	17	17	36	17	55	18	15	18	34	18	53	19	12
	30	16	49	17	8	17	27	17	46	18	5	18	24	18	43	19	2
	40	16	40	16	59	17	18	17	37	17	56	18	15	18	33	18	52
	50	16	32	16	50	17	9	17	28	17	46	18	5	18	24	18	42
72	0	16	23	16	41	17	0	17	18	17	37	17	55	18	14	18	32
	10	16	14	16	32	16	51	17	9	17	27	17	46	18	4	18	23
	20	16	5	16	23	16	42	17	0	17	18	17	36	17	54	18	13
	30	15	56	16	14	16	32	16	50	17	9	17	27	17	45	18	3
	40	15	47	16	5	16	23	16	41	16	59	17	17	17	35	17	53
	50	15	39	15	56	16	14	16	32	16	50	17	7	17	25	17	43
73	0	15	30	15	47	16	5	16	22	16	40	16	58	17	15	17	33
	10	15	21	15	38	15	56	16	13	16	31	16	48	17	5	17	23
	20	15	12	15	29	15	47	16	4	16	21	16	38	16	55	17	13
	30	15	3	15	20	15	37	15	54	16	11	16	29	16	46	17	3
	40	14	56	15	11	15	28	15	45	16	2	16	19	16	36	16	53
	50	14	46	15	2	15	19	15	36	15	52	16	9	16	26	16	42
74	0	14	37	14	53	15	10	15	26	15	43	15	59	16	16	16	32
	10	14	27	14	43	15	0	15	16	15	33	15	49	16	5	16	21
	20	14	19	14	35	14	51	15	8	15	24	15	40	15	56	16	12
	30	14	10	14	26	14	42	14	58	15	14	15	30	15	46	16	2
	40	14	1	14	17	14	33	14	49	15	5	15	20	15	36	15	52
	50	13	52	14	8	14	24	14	39	14	55	15	11	15	26	15	42

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*							
		54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
°	′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
75	0	13 43	13 59	14 14	14 30	14 45	15 1	15 16	15 32
	10	13 34	13 50	14 5	14 20	14 36	14 51	15 7	15 22
	20	13 25	13 41	13 56	14 11	14 26	14 41	14 57	15 12
	30	13 16	13 31	13 47	14 2	14 17	14 32	14 47	15 2
	40	13 8	13 22	13 37	13 52	14 7	14 22	14 37	14 52
	50	12 59	13 13	13 28	13 43	13 57	14 12	14 27	14 41
76	0	12 49	13 4	13 19	13 33	13 48	14 2	14 17	14 31
	10	12 41	12 55	13 9	13 24	13 38	13 52	14 7	14 21
	20	12 32	12 46	13 0	13 14	13 28	13 43	13 57	14 11
	30	12 23	12 37	12 51	13 5	13 19	13 33	13 47	14 1
	40	12 13	12 27	12 41	12 55	13 9	13 22	13 36	13 50
	50	12 4	12 18	12 31	12 45	12 59	13 12	13 26	13 40
77	0	11 56	12 9	12 23	12 36	12 50	13 3	13 17	13 30
	10	11 46	11 59	12 13	12 26	12 39	12 53	13 6	13 19
	20	11 37	11 50	12 3	12 17	12 30	12 43	12 56	13 9
	30	11 29	11 42	11 55	12 8	12 21	12 34	12 47	13 0
	40	11 20	11 32	11 45	11 58	12 11	12 24	12 36	12 49
	50	11 11	11 23	11 36	11 48	12 1	12 14	12 26	12 39
78	0	11 1	11 14	11 26	11 39	11 51	12 4	12 16	12 29
	10	10 52	11 5	11 17	11 29	11 42	11 54	12 6	12 19
	20	10 43	10 55	11 8	11 20	11 32	11 44	11 56	12 8
	30	10 34	10 45	10 58	11 10	11 22	11 34	11 46	11 58
	40	10 25	10 37	10 49	11 1	11 12	11 24	11 36	11 48
	50	10 16	10 28	10 39	10 51	11 3	11 14	11 26	11 38
79	0	10 7	10 19	10 30	10 41	10 53	11 4	11 16	11 27
	10	9 58	10 9	10 21	10 32	10 43	10 54	11 6	11 17
	20	9 49	10 0	10 11	10 22	10 33	10 44	10 56	11 7
	30	9 40	9 51	10 2	10 13	10 24	10 35	10 45	10 56
	40	9 31	9 42	9 52	10 3	10 14	10 25	10 35	10 46
	50	9 22	9 32	9 43	9 53	10 4	10 15	10 25	10 36

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes		*Horizontalparallaxe des Mondes.*															
		54′		55′		56′		57′		58′		59′		60′		61′	
°	′	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
80	0	9	13	9	23	9	33	9	44	9	54	10	5	10	15	10	26
	10	9	3	9	14	9	24	9	34	9	44	9	55	10	5	10	15
	20	8	54	9	4	9	14	9	25	9	35	9	45	9	55	10	5
	30	8	45	8	55	9	5	9	15	9	25	9	35	9	45	9	55
	40	8	36	8	46	8	56	9	5	9	15	9	25	9	34	9	44
	50	8	27	8	37	8	46	8	56	9	5	9	15	9	24	9	34
81	0	8	18	8	27	8	37	8	46	8	55	9	5	9	14	9	24
	10	8	9	8	18	8	27	8	36	8	46	8	55	9	4	9	13
	20	8	0	8	9	8	18	8	27	8	36	8	45	8	54	9	3
	30	7	50	7	59	8	8	8	17	8	26	8	35	8	44	8	52
	40	7	41	7	50	7	59	8	7	8	16	8	25	8	33	8	42
	50	7	32	7	41	7	49	7	58	8	6	8	15	8	23	8	32
82	0	7	23	7	31	7	40	7	48	7	56	8	5	8	13	8	21
	10	7	14	7	22	7	30	7	38	7	46	7	55	8	3	8	11
	20	7	5	7	13	7	21	7	29	7	37	7	45	7	53	8	1
	30	6	55	7	3	7	11	7	19	7	27	7	35	7	42	7	50
	40	6	46	6	54	7	2	7	9	7	17	7	25	7	32	7	40
	50	6	37	6	45	6	52	6	59	7	7	7	14	7	22	7	29
83	0	6	28	6	35	6	42	6	50	6	57	7	4	7	12	7	19
	10	6	19	6	26	6	33	6	40	6	47	6	54	7	2	7	9
	20	6	10	6	16	6	23	6	30	6	37	6	44	6	51	6	58
	30	6	0	6	7	6	14	6	21	6	27	6	34	6	41	6	48
	40	5	51	5	58	6	4	6	11	6	18	6	24	6	31	6	37
	50	5	42	5	49	5	55	6	1	6	8	6	14	6	21	6	27
84	0	5	32	5	39	5	45	5	52	5	58	6	4	6	10	6	17
	10	5	23	5	30	5	36	5	42	5	48	5	54	6	0	6	6
	20	5	14	5	21	5	26	5	32	5	38	5	44	5	50	5	56
	30	5	5	5	11	5	17	5	22	5	28	5	34	5	40	5	45
	40	4	56	5	1	5	7	5	13	5	18	5	24	5	29	5	35
	50	4	47	4	52	4	57	5	3	5	8	5	14	5	19	5	24

Fortſetzung von Tafel V

der Höhenparallaxe des Mondes weniger der Refraction.

Scheinbare Höhe des Mondes	Horizentalparallaxe des Mondes.							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
° ′	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
85 0	4 37	4 43	4 48	4 53	4 58	5 4	5 9	5 14
10	4 28	4 33	4 38	4 43	4 48	4 53	4 59	5 4
20	4 19	4 24	4 29	4 34	4 38	4 43	4 48	4 53
30	4 10	4 14	4 19	4 24	4 29	4 33	4 38	4 43
40	4 1	4 5	4 10	4 14	4 19	4 23	4 28	4 32
50	3 51	3 56	4 0	4 4	4 9	4 13	4 17	4 22
86 0	3 42	3 46	3 50	3 55	3 59	4 3	4 7	4 11
10	3 33	3 37	3 41	3 45	3 49	3 53	3 57	4 1
20	3 24	3 27	3 31	3 35	3 39	3 43	3 47	3 50
30	3 14	3 18	3 22	3 25	3 29	3 33	3 36	3 40
40	3 5	3 9	3 12	3 16	3 19	3 23	3 26	3 29
50	2 56	2 59	3 2	3 6	3 9	3 12	3 16	3 19
87 0	2 47	2 50	2 53	2 56	2 59	3 2	3 5	3 9
10	2 37	2 40	2 43	2 46	2 49	2 52	2 55	2 58
20	2 28	2 31	2 34	2 36	2 39	2 42	2 45	2 48
30	2 19	2 21	2 24	2 27	2 29	2 32	2 35	2 37
40	2 10	2 12	2 14	2 17	2 19	2 22	2 24	2 27
50	2 0	2 3	2 5	2 7	2 9	2 12	2 14	2 16
88 0	1 51	1 53	1 55	1 57	1 59	2 2	2 4	2 6
10	1 42	1 44	1 46	1 48	1 50	1 51	1 53	1 55
20	1 33	1 34	1 36	1 38	1 40	1 41	1 43	1 4[illegible]
30	1 23	1 25	1 26	1 28	1 30	1 31	1 33	1 34
40	1 14	1 15	1 17	1 18	1 20	1 21	1 22	1 24
50	1 5	1 6	1 7	1 8	1 10	1 11	1 12	1 13
89 0	0 56	0 57	0 58	0 59	1 0	1 1	1 2	1 2
10	0 46	0 47	0 48	0 49	0 50	0 51	0 52	0 52
20	0 37	0 38	0 38	0 39	0 40	0 41	0 41	0 42
30	0 27	0 28	0 28	0 29	0 30	0 30	0 31	0 32
40	0 19	0 19	0 19	0 20	0 20	0 20	0 21	0 21
50	0 9	0 9	0 10	0 10	0 10	0 10	0 10	0 10

Tafel VI

der mittlern astronomischen Strahlenbrechung.

Scheinbare Höhe.	Strahlenbr — Sonnenpar.	Strahlenbr. der Sterne.	Scheinbare Höhe.	Strahlenbr. — Sonnenpar.	Strahlenbr. der Sterne.	Scheinbare Höhe.	Strahlenbr. — Sonnenpar.	Strahlenbr. der Sterne.
° ′	′ ″	′ ″	° ′	′ ″	′ ″	° ′	′ ″	′ ″
0 0	32 52	33 0	2 30	16 15	16 23	5 0	9 45	9 53
5	32 2	32 11	35	15 55	16 4	10	9 28	9 37
10	31 14	31 23	40	15 36	15 45	20	9 13	9 21
15	30 27	30 36	45	15 18	15 27	30	8 58	9 7
20	29 42	29 50	50	15 0	15 9	40	8 44	8 53
25	28 57	29 6	55	14 43	14 52	50	8 31	8 39
30	28 14	28 23	3 0	14 27	14 35	6 0	8 18	8 27
35	27 33	27 41	5	14 11	14 19	10	8 6	8 15
40	26 51	27 0	10	13 55	14 3	20	7 54	8 3
45	26 12	26 20	15	13 40	13 48	30	7 43	7 52
50	25 34	25 42	20	13 25	13 33	40	7 33	7 41
55	24 56	25 5	25	13 11	13 19	50	7 23	7 31
1 0	24 20	24 29	30	12 57	13 5	7 0	7 13	7 21
5	23 46	23 54	35	12 43	12 52	10	7 3	7 12
10	23 11	23 20	40	12 30	12 39	20	6 54	7 3
15	22 39	22 47	45	12 18	12 26	30	6 45	6 54
20	22 7	22 15	50	12 5	12 14	40	6 37	6 46
25	21 36	21 44	55	11 53	12 2	50	6 29	6 38
30	21 6	21 15	4 0	11 42	11 50	8 0	6 21	6 30
35	20 37	20 46	5	11 31	11 39	10	6 14	6 22
40	20 9	20 18	10	11 19	11 28	20	6 7	6 15
45	19 42	19 51	15	11 9	11 17	30	6 0	6 8
50	19 16	19 25	20	10 58	11 7	40	5 53	6 1
55	18 51	18 59	25	10 48	10 57	50	5 47	5 55
2 0	18 26	18 35	30	10 38	10 47	9 0	5 40	5 49
5	18 3	18 11	35	10 29	10 37	10	5 34	5 43
10	17 40	17 48	40	10 19	10 28	20	5 28	5 37
15	17 17	17 26	45	10 10	10 19	30	5 23	5 31
20	16 56	17 4	50	10 2	10 10	40	5 17	5 26
25	16 35	16 44	55	9 53	10 1	50	5 12	5 20

Fortſetzung von Tafel VI

der mittlern aſtronomiſchen Strahlenbrechung.

Scheinbare Höhe.		Strahlenbr. — Sonnenpar.		Strahlenbr. der Sterne.		Scheinbare Höhe.	Strahlenbr. — Sonnenpar.		Strahlenbr. der Sterne.		Scheinbare Höhe.	Strahlenbr. — Sonnenpar.	Strahlenbr. der Sterne.
°	'	'	"	'	"	°	'	"	'	"	°	"	"
10	0	5	7	5	15	20	2	28	2	36	50	42	48
	20	4	57	5	5	21	2	20	2	28	51	41	46
	40	4	47	4	56	22	2	13	2	20	52	39	45
11	0	4	39	4	47	23	2	6	2	14	53	38	43
	20	4	30	4	39	24	2	0	2	8	54	36	41
	40	4	23	4	31	25	1	54	2	2	55	35	40
12	0	4	15	4	23	26	1	49	1	56	56	34	38
	20	4	8	4	16	27	1	44	1	52	57	32	37
	40	4	1	4	10	28	1	39	1	47	58	31	36
13	0	3	55	4	3	29	1	35	1	43	59	30	34
	20	3	49	3	57	30	1	31	1	39	60	29	33
	40	3	43	3	51	31	1	27	1	35	61	28	32
14	0	3	37	3	46	32	1	24	1	31	62	26	30
	20	3	32	3	40	33	1	20	1	28	63	25	29
	40	3	27	3	35	34	1	17	1	24	64	24	28
15	0	3	22	3	30	35	1	14	1	21	65	23	27
	20	3	18	3	26	36	1	11	1	18	66	22	25
	40	3	13	3	21	37	1	9	1	16	67	21	24
16	0	3	9	3	17	38	1	6	1	13	68	20	23
	20	3	5	3	13	39	1	4	1	10	69	19	22
	40	3	1	3	9	40	1	1	1	8	70	18	21
17	0	2	57	3	5	41	0	59	1	6	72	16	19
	20	2	53	3	1	42	0	57	1	3	74	14	17
	40	2	49	2	58	43	0	55	1	1	76	12	14
18	0	2	46	2	54	44	0	53	0	59	78	10	12
	20	2	43	2	51	45	0	51	0	57	80	9	10
	40	2	39	2	48	46	0	49	0	55	82	7	8
19	0	2	36	2	44	47	0	47	0	53	84	5	6
	20	2	33	2	41	48	0	46	0	51	86	3	4
	40	2	30	2	38	49	0	44	0	50	88	2	2
											90	0	0

Tafel VII.

Reduktion der Horizontalparallaxe des Mondes für Paris auf jede andere Breite.

Breite.	Horizontalparallaxe.		
	54′	57′	60′
°	″	″	″
0	+ 8,0	+ 8,4	+ 8,9
3	7,9	8,4	8,8
6	7,8	8,2	8,7
9	7,6	8,0	8,5
12	7,4	7,8	8,2
15	7,0	7,4	7,8
18	6,6	7,0	7,4
21	6,2	6,5	6,9
24	5,7	6,0	6,3
27	5,1	5,3	5,6
30	4,5	4,7	5,0
33	3,8	4,0	4,2
36	3,1	3,3	3,5
39	2,4	2,5	2,7
42	1,7	1,8	1,9
45	1,0	1,0	1,1
48	+ 0,2	+ 0,2	+ 0,2
51	− 0,5	− 0,5	− 0,6
54	1,2	1,3	1,4
57	1,9	2,0	2,2
60	2,6	2,7	2,9
63	3,2	3,4	3,6
66	3,8	4,0	4,2
72	4,8	5,0	5,3
78	5,5	5,8	6,1
84	6,0	6,3	6,6
90	− 6,2	− 6,5	− 6,8

Tafel VIII.

Vergrößerung des horizontalen Halbmessers des Mondes nach Verschiedenheit der Höhen.

Höhe.	Horizont. Halbmess.		
	15′	16′	17′
°	″	″	″
0	0,1	0,1	0,2
3	0,9	1,0	1,1
6	1,6	1,8	2,1
9	2,4	2,6	3,0
12	3,1	3,5	4,0
15	3,8	4,4	5,0
18	4,5	5,2	5,9
21	5,2	6,0	6,8
24	6,0	6,8	7,7
27	6,7	7,6	8,6
30	7,4	8,3	9,4
33	8,0	9,0	10,3
36	8,6	9,7	11,1
39	9,2	10,4	11,8
42	9,7	11,1	12,5
45	10,3	11,7	13,2
48	10,8	12,3	13,9
51	11,3	12,8	14,5
54	11,8	13,4	15,1
57	12,2	14,0	15,7
60	12,6	14,4	16,2
63	13,0	14,8	16,6
66	13,3	15,1	17,0
72	13,8	15,7	17,7
78	14,1	16,2	18,2
84	14,4	16,5	18,6
90	14,5	16,6	18,7

Tafel IX.

Verbesserungen der Mondparallaxe wegen der abgeplatteten Gestalt der Erde.

additiv.

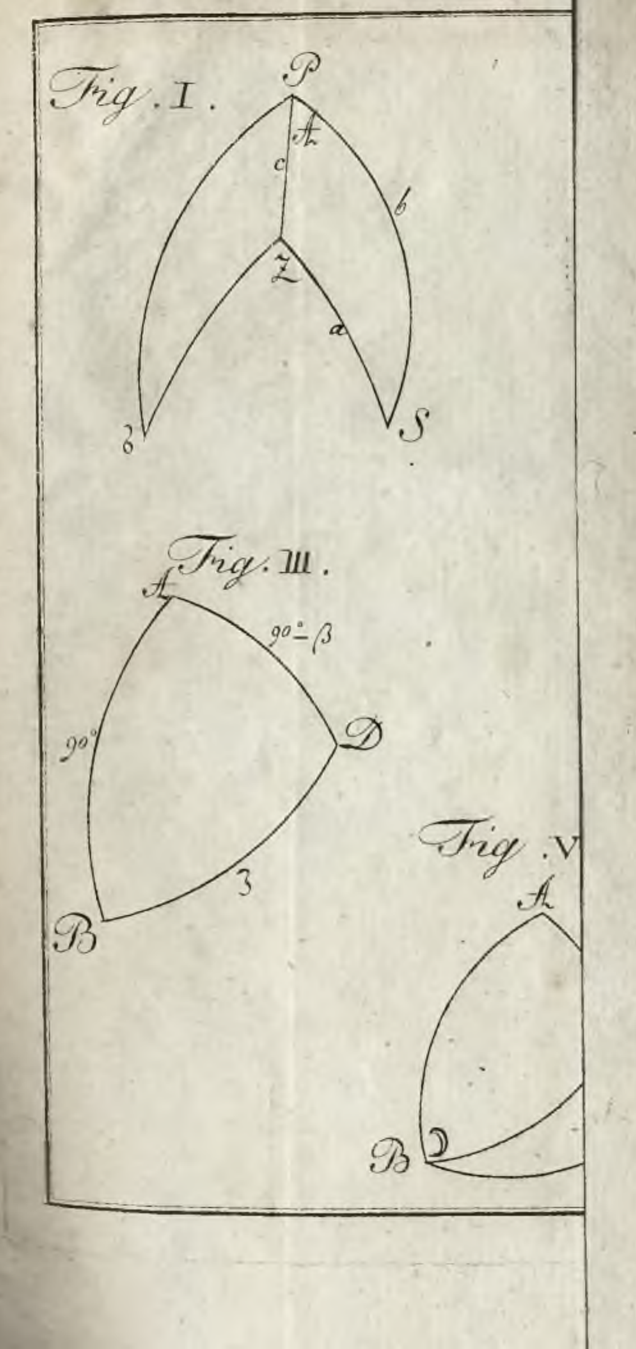
Breite.	Horiz. Parallaxe.	
	55′	59′
°	″	″
0	9	10
3	9	10
6	10	10
9	10	10
12	11	11
15	11	11
18	11	12
21	11	12
24	12	13
27	13	14
30	14	14
33	14	15
36	15	16
39	16	17
42	17	18
45	18	19
48	18	20
51	19	21
54	20	22
57	21	22
60	22	23
66	23	25
72	24	26

Beyſpiel nach Lam

			Arg.	lat.
1791				
1788	☊	+	0°	2′
3	☋	—	10	33
Neumond	☋	—	10	31
add.	☋	+	15	20
Vollmond	☊	+	4	49
☽ =	6Z		26	25
☊ =	6Z		21	36
			—	
			—	
			—	1′
☊′ =	6		21	35
	Tab. 13		—	9

1791				
1788	☊	+	0	2
3	☋	+	20	6
Neumond	☋	+	20	9
ſubtr.	☋	+	15	20
Vollmond	☊	+	4	49




Fig. I.
P
A
c
b
Z
a
S
Fig. III.
A
90° − β
90°
D
B
Fig. V
A
B
D

